

摘要

在 5G-A 及未来 6G 移动通信系统中，毫米波大规模多输入多输出（Massive MIMO）技术是提升系统频谱效率与容量的核心关键。然而，传统的纯模拟和纯数字波束成形技术都面临着技术瓶颈，但混合波束成形通过模拟与数字基带的联合处理，在性能与成本之间取得了良好的折中。传统基于正交匹配追踪（OMP）的混合波束优化算法在全空域进行导向矢量匹配，存在计算复杂度高、且在强杂波干扰下易陷入“伪峰”导致目标丢失的缺陷。针对上述问题，本文深入研究了大规模阵列 MIMO 系统的波束优化设计方法，并尝试对传统波束成形算法进行改进。

首先，本文建立了包含均匀线阵（ULA）与非均匀线阵（NULA）的物理层空间阵列模型，并完成了纯数字、纯模拟、基于 DFT 码本以及传统 OMP 算法的理论复现与性能对比。

其次，针对传统 OMP 算法全域盲搜的局限性，本文尝试了一种基于目标扇区约束（Target Sector Constrained, TSC-OMP）的波束优化算法。该算法通过融合空间先验信息构建局部过完备字典，削减了射频链路分配过程中的冗余维度。仿真结果表明，TSC-OMP 算法可将运算复杂度降低，同时能逼近纯数字架构的理论上限。

最后，本文基于 Python 实现了一套可视化的大规模 MIMO 波束优化实验平台，实现了物理参数配置与多算法一键评估的交互闭环；同时基于现有的文献，初步尝试了对基于深度学习的端到端波束预测的前沿探索。

关键词：大规模 MIMO；混合波束成形；正交匹配追踪（OMP）；目标扇区约束；鲁棒性分析；非均匀线阵。

Abstract

In 5G-Advanced and 6G communication systems, millimeter-wave (mmWave) Massive MIMO technology is crucial for enhancing spectral efficiency. However, traditional fully analog and fully digital beamforming face significant technical bottlenecks. Hybrid beamforming provides a practical trade-off between performance and cost through joint analog and digital baseband processing. The conventional Orthogonal Matching Pursuit (OMP)-based hybrid beam optimization algorithm, which performs steering vector matching globally, suffers from high computational complexity and is prone to "pseudo-peak" errors under strong clutter interference, leading to target loss. To address these issues, this thesis investigates beam optimization design methods for large-scale array MIMO systems and attempts to improve traditional beamforming algorithms.

Firstly, this thesis establishes physical layer spatial array models, including Uniform Linear Arrays (ULA) and Non-Uniform Linear Arrays (NULA), and evaluates the performance of fully digital, fully analog, DFT codebook-based, and conventional OMP algorithms.

Secondly, addressing the limitations of the global blind search in conventional OMP, an improved algorithm based on Target Sector Constrained OMP (TSC-OMP) is explored. By integrating spatial prior information to construct a localized overcomplete dictionary, TSC-OMP reduces redundant dimensions during RF chain allocation. Simulation results indicate that this algorithm lowers computational complexity while reasonably approaching the theoretical upper bound of the fully digital architecture.

Finally, a Python-based visualized experimental platform for large-scale MIMO beam optimization is implemented, enabling interactive physical parameter configuration and one-click multi-algorithm evaluation. Furthermore, a preliminary exploration of end-to-end beam prediction based on deep learning is conducted based on existing literature.

Keywords: Massive MIMO; Hybrid Beamforming; Orthogonal Matching Pursuit (OMP); Target Sector Constraint; Robustness Analysis; Non-Uniform Linear Array.

目 录

摘要	I
Abstract	II
第一章 绪论	1
1.1 课题研究背景与意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.3 课题主要研究内容与章节安排	3
第二章 大规模 MIMO 混合波束成形的系统模型	6
2.1 毫米波信道模型	6
2.2 阵列天线模型	7
2.2.1 阵列天线接收信号模型的一般形式	7
2.2.2 均匀线阵 (ULA) 模型	8
2.2.3 非均匀线阵 (NULA) 模型	9
2.3 大规模 MIMO 的系统模型	11
2.4 场景设计: 弱目标与强干扰环境	12
2.5 波束成形架构	12
2.5.1 纯数字波束成形架构	13
2.5.2 纯模拟波束成形架构	13
2.5.3 混合波束成形架构	14
2.6 波束优化问题建模	15
2.7 本章小结	16
第三章 经典波束成形算法分析与局限性验证	18
3.1 经典算法复现思路总览	18
3.2 纯模拟波束成形算法	18
3.2.1 纯模拟波束成形算法的基本原理	18
3.2.2 纯模拟波束成形算法的复现方式	19
3.2.3 纯模拟波束成形算法的仿真结果与分析	19
3.3 基于 MVDR 方法的纯数字波束成形算法	21
3.3.1 纯数字 MVDR 波束成形算法的基本原理	21
3.3.2 纯数字 MVDR 波束成形算法的复现方式	21

3.3.3 纯数字 MVDR 波束成形算法的仿真结果与分析	21
3.4 基于 DFT 码本的混合波束成形算法.....	22
3.4.1 基于 DFT 码本的混合波束成形算法的基本原理.....	22
3.4.2 基于 DFT 码本的混合波束成形算法的复现方式.....	22
3.4.3 基于 DFT 码本的混合波束成形算法的仿真结果与分析.....	23
3.5 基于 OMP 的混合波束成形算法	23
3.5.1 基于 OMP 的混合波束成形算法的基本原理	23
3.5.2 基于 OMP 的混合波束成形算法的复现方式	24
3.5.3 基于 OMP 的混合波束成形算法的仿真结果与分析	25
3.6 本章小结	25
第四章 基于目标扇区约束的波束优化算法设计	27
4.1 目前已有的对 OMP 算法的改进方案	27
4.2 改进的 TSC-OMP 的算法思想.....	28
4.3 改进的 TSC-OMP 的算法原理.....	29
4.3.1 先验扇区宽波束构造	29
4.3.2 目标扇区约束字典构造	30
4.3.3 基于局部字典的贪婪搜索	30
4.3.4 低维数字基带权值求解	30
4.3.5 改进的 TSC-OMP 算法的实现步骤.....	31
4.4 伪峰机理分析与伪峰抑制	32
4.4.1 传统 OMP 的伪峰机理分析	32
4.4.2 改进的 TSC-OMP 的伪峰抑制机理.....	32
4.4.3 伪峰风险与伪峰抑制验证	33
4.5 改进的 TSC-OMP 的仿真结果与分析.....	35
4.5.1 波束方向图分析	36
4.5.2 输出 SINR 分析	36
4.5.3 测角 RMSE 分析	38
4.5.4 综合分析	39
4.6 本章小结	40
第五章 算法的鲁棒性、局限性与系统的复杂度分析	41
5.1 基于对角加载的鲁棒性提升原理	41
5.1.1 低维协方差矩阵的病态性	41
5.1.2 对角加载策略	42

5.1.3 鲁棒数字基带权值求解	42
5.2 改进的 TSC-OMP 算法的鲁棒性仿真结果分析	43
5.2.1 机动目标条件下的基础鲁棒性验证	43
5.2.2 不同加载系数下的显式鲁棒性分析	45
5.2.3 固定目标下基于正则化 OMP 的鲁棒性验证	47
5.3 改进的 TSC-OMP 算法的局限性分析	48
5.3.1 对先验信息的依赖	48
5.3.2 对波门宽度的敏感性	49
5.3.3 强干扰逼近时的性能退化	49
5.4 系统复杂度分析	51
5.5 本章小结	51
第六章 总结与展望	53
6.1 全文总结	53
6.2 工程化补充工作与拓展探索	54
6.2.1 大规模阵列 MIMO 波束测试平台设计思路	55
6.2.2 深度学习扇区聚焦方法的初步探索	56
6.3 后续研究展望	57
致谢	59
参考文献	60
外文资料原文	63
外文资料翻译	64

第一章 绪论

1.1 课题研究背景与意义

在 4G 通信系统中，多输入多输出技术（MIMO）已成为移动通信系统中的关键技术，经历了从单用户到多用户、多小区的演变。然而，由于天线数量有限，其频谱效率提升受到制约。进入 5G 时代，尤其在 5G-A 及未来的 6G 网络演进中，通感一体化与大规模 MIMO 技术是实现低空经济与高精度目标感知的核心支撑^[1]。

在大规模 MIMO 系统中，波束成形是发挥多天线空间复用优势、实现能量聚焦与杂波抑制的关键手段。然而，传统的纯数字波束成形需要为每一根天线配备独立的射频链路，硬件成本高昂、难以部署，其巨大的能源消耗也难以满足当今通信产业绿色低碳的可持续发展要求；纯模拟波束成形虽然成本低，但灵活性差，抗干扰能力弱，在多波束灵活调度、波束精细整形以及复杂场景下的杂波抑制方面存在明显不足^[2]。尤其在低空感知的场景中，如图 1-1 所示，一些具有强干扰的物体，如城市建筑、车辆等，以及地物散射、多径反射等综合影响因素，容易在角度维形成强烈且复杂的杂波场景，弱小目标（如无人机等）的角度特征容易被淹没，从而导致检测性能下降和参数估计不稳定。

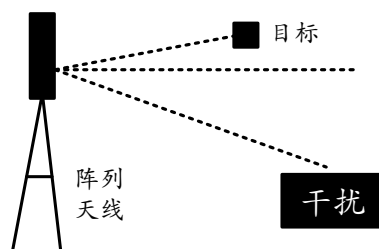


图 1-1 低空感知场景示意图

相比之下，数模混合波束成形技术通过将少量数字射频链路与大规模模拟阵列相结合，在显著降低硬件开销和功耗的同时，保留部分数字域的波束控制自由度，被广泛认为是实现高性能、低成本雷达感知的关键技术方向。

从工程实践角度看，大规模阵列与波束成形技术已成为现代无线通信部署中的基础能力，并将在 5G-A、未来 6G、卫星通信、车联网以及毫米波雷达等方向继续发挥重要作用。因此，本课题通过从理论学习、经典算法复现到算法的改进尝试，形成了一条完整的对大规模 MIMO 波束成形技术的初步学习和研究路线，对了解前沿科技，以及提前学习后续研究生阶段的研究方向等，非常具有指导意义。

1.2 国内外研究现状

大规模 MIMO 技术作为提升频谱效率的关键，其核心在于波束成形技术。随着天线规模的扩大，研究者在平衡系统性能与硬件开销方面进行了大量的探索。

2010 年，贝尔实验室的 Marzetta 教授提出可在基站使用大规模天线阵列构成大规模 MIMO 系统以大幅度提高系统质量，由此奠定了大规模 MIMO 技术的研究基础^[3]。在传统的 4G 及早期 5G 研究中，纯数字波束成形是主要的研究方向，它在基带处对每一个天线单元进行权值调整，能够提供最优的空间自由度和复用增益。根据文献[2]，在表 1-1 示出了经典的线性预编码方案，包括匹配滤波（MF）、迫零（ZF）、最小均方误差（MMSE）和块对角化（BD），它们是混合波束成形中数字基带部分设计的重要参考基础。

表 1-1 主要线性预编码方案及对比^[2]

算法	主要思想	优点	缺点
MF	信噪比最大化	实现简单	未考虑用户间干扰
ZF	完全对角化将干扰，信号逼迫到零	完全消除用户间干扰	用户较少、信道秩亏表现差
MMSE	最小化收发信号之间的均方误差	兼顾噪声和干扰	噪声和干扰都未彻底解决
BD	分块对角化，形成多个并行的单用户 MIMO 信道	消除用户间干扰和用户流间干扰	需要 SVD 分解，复杂度高

根据文献[4]，在纯数字架构中，最小方差无失真响应（Minimum Variance Distortionless Response, MVDR）算法是一种极具代表性的经典方案。MVDR 算法通过计算接收信号的协方差矩阵，在保证目标方向信号无失真通过的前提下，最小化输出总功率，从而在干扰方向形成深度零陷，实现最优的抗干扰性能。

然而，文献[5, 6]指出，进入毫米波频段后，纯数字架构要求为每一根天线配备一套完整的射频链路，包括高精度的 ADC/DAC、混频器和功率放大器等。在拥有成百上千个阵元的毫米波系统中，这种“一比一”的配置方案会导致系统硬件成本和功耗呈指数级上升，在实际工程部署中是难以承受的。因此，纯数字架构虽然性能卓越，但在毫米波大规模阵列场景下存在严重的商业化瓶颈。

模拟波束成形技术是阵列天线与相控阵雷达领域中最早也是最成熟的波束赋形方式之一。该架构仅使用少量的射频链路，通过模拟相移器网络来调整天线阵元的相位。虽然这种方案极大地降低了硬件复杂度，但其性能受到严重制约。由于模拟相移器通常只能调整相位而无法改变信号幅度，且系统在同一时刻通常只能产生一个方向的窄波束，这使得纯模拟架构在处理多流传输、抗干扰以及空间复用方

面表现较差。尤其在复杂的城市多径环境下，纯模拟方案难以充分利用信道的空间特性，导致通信容量受限^[7]。

针对上述两种方案的不足，根据文献[8]，混合波束成形(Hybrid Beamforming)架构应运而生并逐渐成为研究的主流。该技术将波束成形过程拆分为低维度的数字基带预编码和高维度的模拟射频波束成形，利用远少于天线数量的射频链路驱动大规模天线阵列。混合波束成形的“低维数字+高维模拟”的策略，在保证接近纯数字架构性能的同时，显著降低了 ADC/DAC 的数量和系统功耗，在性能与成本之间取得了良好的平衡。目前，关于混合波束成形的研究重点已转向如何设计高效的权值搜索与优化算法。

在混合波束成形的模拟波束权值的搜索与配置中，目前主要分为码本搜索和非码本优化两类。其中基于码本的 DFT 波束成形算法在文献[9]中提到，由于 DFT 矩阵的各列在物理空间上对应于一组正交的离散波束方向，研究者常将其作为模拟码本，通过搜索最优的 DFT 矢量来快速对准目标。该类算法实现简单且符合移相器的恒模约束，但由于受限于固定的空间采样方向，当目标不处于网格点上时，会产生能量泄漏和量化误差。正交匹配追踪(OMP)算法在文献[10]被提出，该算法利用毫米波信道的空间稀疏特性，将波束成形矩阵的设计转化为稀疏重构问题，通过贪婪搜索策略在过完备字典中寻找最优的响应矢量。OMP 算法性能良好，因此在毫米波 MIMO 混合波束成形技术中应用最广泛^[11]。虽然 OMP 算法在低杂波环境下具有较好的收敛性，但在强干扰或非理想场景下，传统的全空域盲搜容易受到“伪峰”干扰，导致测角和波束指向偏差。文献[12]提出了一种基于 OMP 算法的改进方案，该方案采用一种迭代思想对原有的 OMP 算法进行改善优化，提高了文献[10]中传统 OMP 算法的性能。

近年来，随着人工智能技术的跨界融合，基于深度学习的波束预测与资源分配成为了前沿趋势。根据文献[13, 14]，研究者尝试利用卷积神经网络(CNN)或深度强化学习来替代传统的迭代优化过程，通过离线训练模型实时预测最优波束方案，以应对高动态移动场景下的波束追踪难题。

本课题的主要研究内容是在复现经典算法的基础上，对传统 OMP 算法进行改进。为便于对本课题改进思路的引入，在第四章 4.1 节中，还对更多有关 OMP 算法改进的文献进行了更加详细的调研，并对其改进思路进行了更详尽的归纳总结。

1.3 课题主要研究内容与章节安排

本课题将重点关注在强干扰环境下接收端的混合波束成形优化问题。首先，从调研大规模 MIMO 技术的特点和波束成形的原理出发，通过建立系统级的数学仿

真模型，研究并复现经典波束成形算法。随后，针对强杂波干扰与低信噪比的复杂环境，尝试在现有的正交匹配追踪算法基础上进行优化，探讨如何在削减射频硬件能耗的同时，尽可能地改善系统的抗干扰与测角性能。最后，初步尝试对基于深度学习的端到端波束预测的前沿探索。课题的研究路线和研究方法如图 1-2 所示。

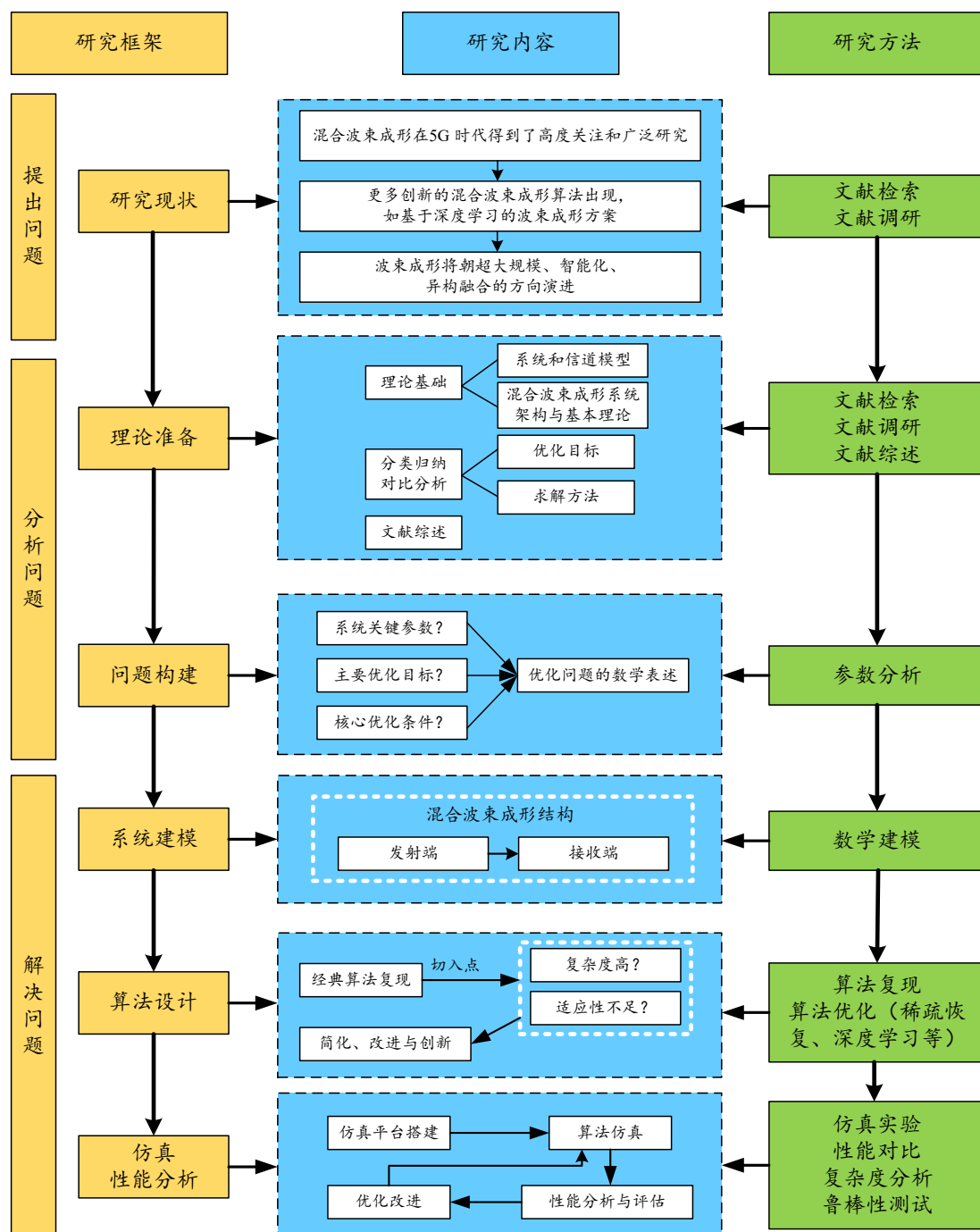


图 1-2 课题研究路线与研究方法

本课题的章节安排和主要工作如下：

第一章为绪论，主要阐述大规模 MIMO 技术与波束成形技术的研究背景及意义。通过对比纯数字、纯模拟以及混合波束成形架构的优缺点，梳理国内外研究现状，并明确指出传统 OMP 算法在实际应用中的局限性。最后，简要概述本文的主要研究内容与结构安排。

第二章为大规模 MIMO 混合波束成形的系统模型，详细建立系统的理论模型。首先，介绍毫米波通信的信道特性与数学模型；其次，分别构建均匀线阵与非均匀线阵的阵列天线流形模型；最后，确立混合波束成形架构的收发端信号处理模型，并给出以信干噪比为优化目标的数学问题建模。

第三章为经典波束成形算法分析与局限性验证。本章基于第二章提出的建模背景，复现了在参考文献中提到的经典波束成形算法，包括纯模拟、基于 MVDR 的纯数字、基于 DFT 码本以及传统 OMP 算法，旨在建立后续优化研究的对比基准。通过仿真实验，对比各架构在波束方向图和抗干扰能力方面的表现。

第四章为基于目标扇区约束的波束优化算法设计。本章与第五章是本课题的核心部分。本章将基于 OMP 算法，尝试一种基于目标扇区约束（TSC-OMP）的混合波束优化算法，通过引入空间先验信息构建局部完备字典，缩小了射频链路的搜索维度。将详细给出算法的数学推导与执行流程，验证其对传统 OMP 的伪峰抑制方面的优化，并进行全方位的仿真验证与目标机动测角 RMSE 分析。

第五章为算法的鲁棒性、局限性与系统的复杂度分析。首先，针对极低信噪比环境下矩阵伪逆求解导致的噪声方差放大问题，探讨并引入基于 Tikhonov 对角加载的正则化修正策略，尝试提升低噪环境下的算法鲁棒性；其次，通过多维度的蒙特卡洛仿真进行极限抗干扰压测；最后，给出各架构的理论时间复杂度推导，并结合软件仿真耗时统计，分析改进的 TSC-OMP 算法的算法复杂度及局限性。

第六章为总结与展望，对全文的研究工作与实验结论进行系统性总结，并分析当前工作存在的局限性，并指出后续可以进一步优化和深入研究的问题，以及对一些值得深入探索的方面进行初步尝试：比如大规模 MIMO 波束优化实验平台的开发，将展示算法的工程化与软件化成果，将基于 Python 开发一套可视化、交互式的、可调用 CUDA 进行快速计算的波束优化实验平台。又如基于现有文献，初步尝试对基于深度学习的端到端波束预测的前沿探索。

全文的写作思路将严格按照图 1-3 所示的研究路线进行展开。

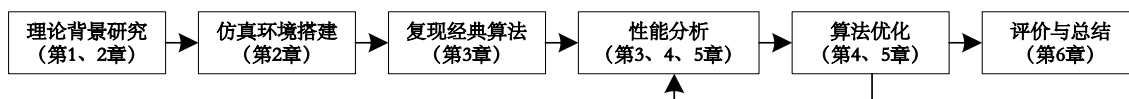


图 1-3 各章节对应的研究路线

第二章 大规模 MIMO 混合波束成形的系统模型

本章首先建立毫米波信道的数学模型，随后重点推导本文算法研究中涉及的均匀线阵(ULA)与非均匀线阵(NULA)的方向向量。最后，详细阐述大规模 MIMO 系统的基本模型以及纯数字、纯模拟及混合波束成形的架构模型，并给出本文研究的波束优化数学问题定义：将以最大化输出信干噪比(SINR)为优化目标，通过对该优化目标进行建模，实现在有限射频链路数量约束下，尽可能逼近全数字架构性能，并在目标方向保持较高增益、在干扰方向形成抑制能力。

2.1 毫米波信道模型

毫米波频段具有频谱资源丰富、可提供大带宽等优点，然而，与传统微波频段相比，毫米波信号传播损耗更大、穿透能力更弱，对波束赋形增益和阵列方向性提出了更高要求，其信道通常表现出明显的空间稀疏性。与低频段丰富的散射环境不同，毫米波信道主要由一个视距路径和少量较强的非视距路径组成^[15]。本课题采用经典的极化空间信道模型(Saleh-Valenzuela Model^[16])，发射端与接收端之间的信道矩阵 $\mathbf{H}$ 可表示为：

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{N_t N_r}{L}} \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathbf{a}_r(\theta_l^r) \mathbf{a}_t^H(\theta_l^t) \quad (2-1)$$

其中， L 为路径总数， α_l 为第 l 条路径的复增益， θ_l^r 与 θ_l^t 分别表示第 l 条路径的到达角与离开角， $\mathbf{a}_r(\cdot)$ 和 $\mathbf{a}_t(\cdot)$ 分别为接收端与发射端的阵列响应矢量。

对于本课题重点关注的强干扰环境下波束成形与测角问题，可进一步将接收信号简化为目标、干扰和噪声的叠加模型。设目标方向为 θ_0 ，干扰方向集合为 $\{\theta_i\}_{i=1}^Q$ ，则第 n 个快拍时刻的接收信号可写为：

$$\mathbf{x}(n) = \sqrt{P_s} \mathbf{a}(\theta_0) s(n) + \sum_{i=1}^Q \sqrt{P_i} \mathbf{a}(\theta_i) c_i(n) + \mathbf{v}(n) \quad (2-2)$$

其中， P_s 为目标信号功率， P_i 为第 i 个干扰功率， $s(n)$ 和 $c_i(n)$ 分别表示目标与干扰的基带信号， $\mathbf{v}(n)$ 为复高斯白噪声。

有限快拍条件下，接收信号协方差矩阵通常采用采样协方差矩阵进行估计，即：

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L_s} \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n) \quad (2-3)$$

其中, L_s 为快拍数。该协方差矩阵是后续基于 MVDR 的纯数字波束形成算法、混合波束降维以及测角估计的核心输入量。

综上, 毫米波信道的角度域稀疏性和强方向性为混合波束成形提供了理论基础, 而目标、干扰与噪声共存的阵列接收模型则为本课题后续的波束优化和鲁棒性分析提供了统一建模框架。

2.2 阵列天线模型

阵列天线模型是波束成形算法设计的基础。本课题在仿真中分别构建了均匀线阵 (ULA) 与非均匀线阵 (NULA) 两类阵列模型, 以分析不同阵列几何对波束指向和测角性能的影响。

2.2.1 阵列天线接收信号模型的一般形式

在构建本课题仿真中使用到的阵列天线模型之前, 应先对最一般的情况 (即任意形状的天线阵列的接收信号模型) 进行推导和解释。

若有一个天线阵列由 M 个具有任意方向性的、按照任意排列形式的阵元构成, 同时有 K 个具有相同中心频率 ω_0 、波长为 λ 的空间窄带平面波 ($M > K$) 以方向 $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_K$ 入射到该阵列, 其中 $\Theta_i = (\theta_i, \varphi_i)$, $i = 1, 2, \dots, K$, θ_i 和 φ_i 分别为第 i 个入射信号的仰角和方位角, 且 $\theta_i \in [0^\circ, 90^\circ)$, $\varphi_i \in [0^\circ, 360^\circ)$, 如图 2-1 所示, 则阵列中的第 m 个阵元的输出可以表示为

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^K s_i(t) e^{j\omega_0 \tau_m(\Theta_i)} + v_m(t) \quad (2-4)$$

其中 $s_i(t)$ 为入射到阵列的第 i 个源信号, $\tau_m(\Theta_i)$ 为 Θ_i 方向的信源信号到达第 m 个阵元时相对于选定的基准点 (或者说选定的第 1 个阵元) 的时延, $v_m(t)$ 为第 m 个阵元的加性噪声。

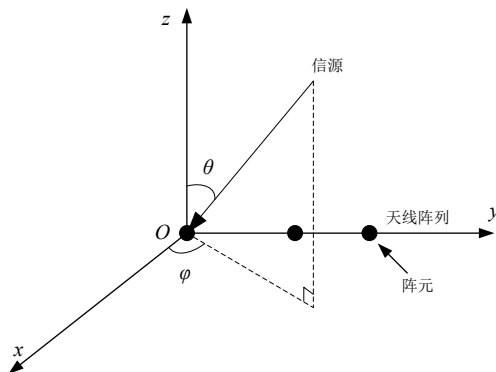


图 2-1 入射信号和阵列的关系图

如果用矩阵的形式来表示式(2-4)中整个阵列中每一个阵元接收信号的情况，即用矩阵 $\mathbf{x}(t)$ 来表示整个阵列信号模型，则记 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ ，同理记 $\mathbf{v}(t) = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_M(t)]^T$ ， $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 。此外，记 $\mathbf{A}(\Theta)$ 为 $M \times K$ 矩阵的方向矩阵，即 $\mathbf{A}(\Theta) = [\mathbf{a}(\Theta_1), \mathbf{a}(\Theta_2), \dots, \mathbf{a}(\Theta_K)]$ ，其中， $\mathbf{a}(\Theta_i)$ 为阵列在信源信号中一个来自 Θ_i 方向的方向向量，记作

$$\mathbf{a}(\Theta_i) = [e^{j\omega_0 \tau_1(\Theta_i)}, e^{j\omega_0 \tau_2(\Theta_i)}, \dots, e^{j\omega_0 \tau_M(\Theta_i)}]^T \quad (2-5)$$

因此若使用矩阵描述阵列信号模型，则在最一般的情况下， $\mathbf{x}(t)$ 可简练表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\Theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (2-6)$$

以上就是阵列信号模型的一般形式的推导过程。值得注意的是，矩阵 $\mathbf{A}(\Theta)$ 和阵列的形状、信源信号的来向有关。在实际应用中，天线阵列的形状一旦固定就不会发生改变，因此 $\mathbf{A}(\Theta)$ 与信源信号的来向密切相关^[17]。

2.2.2 均匀线阵（ULA）模型

均匀线阵模型是最经典、最常用的理论基准模型，本课题采用了均匀线阵模型以验证复现和改进的算法的理论性能。

当接收信号满足窄带条件，且阵列由 M 个阵元组成，每个阵元以相等距离 d 线性排布，这就是一个均匀线阵的接收模型^[4]，如图 2-2 所示。

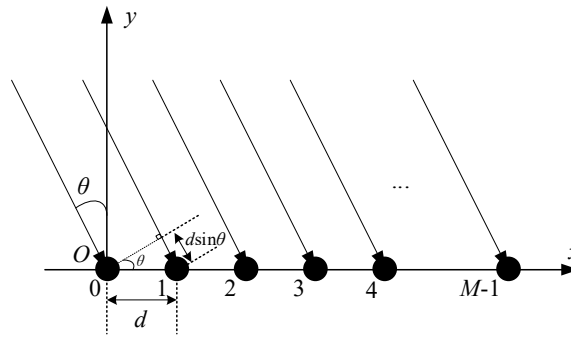


图 2-2 均匀线阵模型

由图可知，将第 1 个阵元记作阵元 0（即 2.2.1 节提到的“选定的基准点”），则信源信号到阵元 m 相对于到阵元 0 的时延为 $\tau_m = md \sin \theta / c = m\tau$ ，式中 c 为光速， $\tau = d \sin \theta / c$ 为信号到达阵元 1 时相对于阵元 0 的时延。

定义空间相位 $\phi = \omega_0 \tau$ ^[4]，将 τ 代入可得

$$\phi = \omega_0 \tau = \omega_0 \frac{d \sin \theta}{c} = 2\pi f_0 \frac{d \sin \theta}{\lambda f_0} = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda} \quad (2-7)$$

其中 f_0 为入射信号的载波频率, λ 为载波的波长。如果信源信号的来波方向只有图 2-2 示出的单一方向 θ , 则根据式(2-5)可得该信号的方向向量为

$$\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{-j\phi}, e^{-j2\phi}, \dots, e^{-j(M-1)\phi}]^T \quad (2-8)$$

当信源信号中共有 K 个信号从 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$ 方向入射到该均匀阵列, 此时信源信号中第 i 个信号的方向向量为

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j\phi_i}, e^{-j2\phi_i}, \dots, e^{-j(M-1)\phi_i}]^T, \quad \phi_i = 2\pi \frac{d \sin \theta_i}{\lambda} \quad (2-9)$$

定义方向矩阵为 $M \times K$ 阶矩阵, 为

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\phi_1} & e^{-j\phi_2} & \dots & e^{-j\phi_K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j(M-1)\phi_1} & e^{-j(M-1)\phi_2} & \dots & e^{-j(M-1)\phi_K} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-10)$$

通常只考虑复基带信号, 于是用 n 表示快拍, 根据式(2-6)、式(2-10), 可得均匀线阵的接收信号^[4]为

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (2-11)$$

在后面的仿真中, 使用的均匀线阵模型参数为: 天线数为 24, 即 $M = 24$; 阵元间距为标准的半波长, 即 $d = \lambda/2$ 。由于后续仿真中的系统中心频率 $f_c = 4.9 \text{ GHz}$, 得到 $\lambda \approx 61.22 \text{ mm}$, 则 $d = \lambda/2 \approx 30.61 \text{ mm}$ 。

2.2.3 非均匀线阵 (NULA) 模型

在传统的均匀线阵设计中, 为避免产生空间混叠效应, 阵元间距通常需满足 $d \leq \lambda/2$ 的采样定理。然而, 在毫米波大规模 MIMO 系统中, 这种紧凑的布阵方式会导致阵元间的互耦效应增强, 且在阵元总数受限时, 系统的角度分辨率由于与阵列总物理孔径成正比, 因此难以进一步突破。

为了解决这一矛盾, 在后面的仿真中引入了非均匀线阵 (NULA) 模型。主要有以下的考虑: 首先, 非均匀线阵的阵元位置不再等间隔排列, 其阵列流形不再具有简单的范德蒙德结构, 因此阵列方向图的旁瓣与栅瓣分布会发生改变, 为干扰抑制和测角估计提供不同于均匀线阵的空间特性。其次, 使用非均匀线性阵列可以估算均匀线性阵列的波束宽度, 并实现更低的旁瓣电平^[18]。同时, 在雷达感知、目标跟踪及复杂平台集成中, 天线布设会受到空间尺寸、结构安装和电磁兼容等因素约束, 不一定能够保持严格的均匀间距。因此, 应同时考虑非均匀线阵模型以增强模型与算法的工程意义。

对于非均匀线阵，如图 2-3 所示，若阵列由 M 个阵元组成，它们之间的间距是不同的，设阵元 $m(m=0,1,2,\dots,M-1)$ 在阵列轴上的实际物理位置为 d_m ，也即该阵元的坐标为 $(d_m, 0)$ ，则同式 (2-7)，可得阵元 m 的空间相位为

$$\tilde{\phi}_m = 2\pi \frac{d_m \sin \theta}{\lambda} \quad (2-12)$$

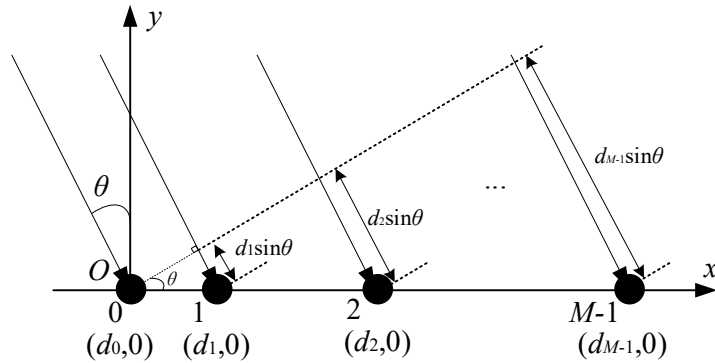


图 2-3 非均匀线阵模型

如果信源信号的来波方向只有图 2-3 示出的单一方向 θ ，且设阵元 0 位于坐标轴的原点，即 $d_0 = 0$ ，也即 $\tilde{\phi}_0 = 0$ ，此时得信号的方向向量为

$$\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{-j\tilde{\phi}_1}, e^{-j\tilde{\phi}_2}, \dots, e^{-j\tilde{\phi}_{M-1}}]^T \quad (2-13)$$

在后面的仿真中，使用的非均匀线阵模型参数为：天线数为 24，即 $M = 24$ ；系统中心频率和波长在 2.2.2 节已经提出；天线的物理位置坐标 $\mathbf{d} = [d_0, d_1, \dots, d_{23}]^T$ 定义如下：

A 段（阵元 0~11，也即第 1 个到第 12 个阵元）：初始间距设为 43mm（约为 0.7λ ），各阵元坐标为 $43 \times [0, 1, 2, \dots, 11]$ mm。

B 段（物理跳跃点）：在阵元 11 和阵元 12（即第 12 个阵元和第 13 个阵元）间引入一个 63mm（约为 1.03λ ）的非均匀跳跃间距。

C 段（阵元 13~23，也即第 14 个到第 24 个阵元）：后续阵元继续以 43mm 为步长递增。

换言之，仿真中使用的非均匀线阵，前 12 个阵元采用 43mm 等间距排列。中间插入一个 63mm 的额外间隔；后 11 个阵元再继续按 43mm 等间距排列。

在本课题后续算法验证中，非均匀线阵并非为了替代均匀线阵，而是作为一个补充阵列模型来增强结论的普适性，以此更充分地说明：复现与改进的算法并不依赖于均匀阵列的特殊结构，而是在不同阵列模型下均具有一定的鲁棒性与有效性。

2.3 大规模 MIMO 的系统模型

大规模 MIMO 系统是一种在通信终端使用数十到数百根天线的系统，较 4G 系统中的 4 或 8 根天线数增加一个量级以上^[19]。使用大量天线有很多优势：当接收端或发射端对目标方向进行相位对齐后，目标信号在空间上可以实现相干叠加，从而显著提升目标方向的有效接收功率，对于干扰方向或非目标方向，由于相位不一致，其叠加效果将被削弱，因此系统具备更强的定向接收和抗干扰能力；其次，更多的天线能在空间域中得到更大的自由度，在带宽固定的条件下增加数据速率以及通过空间的多样性提高链路的可靠性等方面，空间自由度可以高效利用^[20]；同时，系统可以获得更高倍数的信道容量、更低的能量消耗、十分精准的空间区分度、相对廉价的硬件实现等等^[19]。

从信号模型角度看，根据式(2-2)，第 n 个快拍的阵列的接收信号为式中的 $\mathbf{x}(n)$ ，根据 2.2.1 节阐述的基本原理，通过设计合适的波束权值 $\mathbf{w}$ ，阵列输出为

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (2-14)$$

因此，大规模 MIMO 波束优化的本质可以理解为：在多天线空间域内设计合适的权值，使目标信号获得最大化增益，而干扰和噪声在输出端被尽可能抑制。

图 2-4 示出了大规模 MIMO 接收机的系统模型，图中 N_S 为数据流数， N_{RF} 为射频链数， M 为阵元数，或者说天线数量。在纯数字架构下，所有阵元均可独立调节复权值，因此理论性能最好；在纯模拟架构下，系统通常只能通过模拟相移器调整相位，硬件简单但自由度受限；而数模混合波束成形则在少量射频链路条件下，结合模拟阵列和数字基带处理，在复杂度与性能之间取得折中。这也是本课题选择围绕混合波束成形展开研究的主要原因。

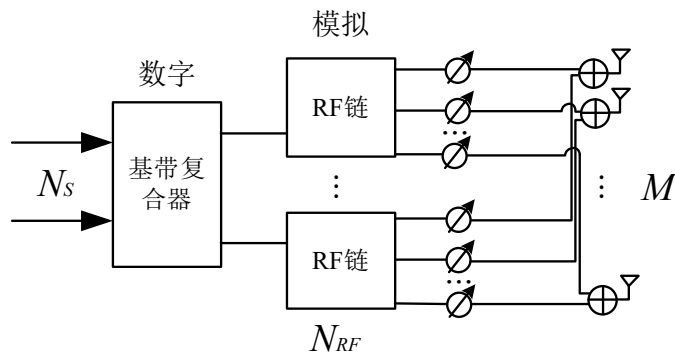


图 2-4 大规模 MIMO 接收机系统模型

在后续的仿真中，主要聚焦于接收端大规模阵列在强干扰环境下的波束优化问题。因此，仿真中采用的是一种面向阵列接收与混合波束成形的模型，即在接收

端部署大规模阵列，考虑单目标、单强杂波和噪声共存的场景，并在此基础上比较纯模拟、纯数字、DFT、传统 OMP 和改进后的 OMP 五种波束成形架构。

截至目前，我们已经详细阐述了后续仿真中使用到的系统的基本模型，具体的参数设置可参见 2.7 节中的表 2-1。完成了系统的建模，我们还需要有一个系统所在的环境（2.4 节），以及该系统承载的算法（2.5 节）。

2.4 场景设计：弱目标与强干扰环境

在 1.1 节和图 1-1 中，我们已经阐述了波束优化的目的，即抑制强干扰对波束旁瓣造成的影响的同时，提高对弱目标的检测能力。为验证所复现和改进的波束优化方法在复杂环境下的有效性，仿真场景统一设置为弱目标与强干扰共存的接收环境。设计场景时，我们模仿了一个阵列雷达侦测小型飞行器的场景：目标信号出现在 $0^\circ \sim 40^\circ$ ，测试时设为 5° ，目标的雷达散射截面（RCS）为 -30dB ；干扰信号出现在 $-3^\circ \sim -20^\circ$ ，测试时设为 -15° ，干扰的 RCS 为 30dB 。

本课题之所以做出如此的场景设计，主要有以下几个方面的考虑。首先，在毫米波实际部署中，基站往往需要从强反射背景（高大建筑、大型车辆等）中提取远端移动终端的微弱信号，而强杂波反射会产生显著的能量峰值，如果算法不具备较好的干扰抑制能力，波束会错误地指向干扰源，从而影响对目标的检测。其次，如果算法只在理想的高信噪比、无强干扰或无限快拍条件下有效，其工程价值将十分有限。本课题采用较强的干扰背景和较严格的有限快拍设定，目的正是在更接近实际应用困难条件下各算法的鲁棒性与适用性，从而更清楚地体现不同波束优化方法在抗干扰能力和测角精度上的差异。

2.5 波束成形架构

在阵列信号处理中，有些天线是很庞大的，是不能转动的。因此，需要设计一种方法，使阵列输出选取一个适当的权向量以补偿各个阵元的传播时延，从而使在某个期望方向上的阵列输出可以同相叠加，进而使得阵列在该方向形成一个主瓣波束，对其他方向产生一个较小的响应（旁瓣），从而对整个空间进行波束扫描，即可确定空中待测信号的方位^[17]，这就是波束成形。

在 1.2 节中已经指出，大规模 MIMO 系统中，波束成形架构主要可分为纯数字架构、纯模拟架构和数模混合架构三类。三者硬件复杂度、信号处理自由度以及系统性能方面各有特点。

2.5.1 纯数字波束成形架构

图 2-5 示出了纯数字波束成形的架构,可见在纯数字波束成形中,每个天线单元都配备独立的射频链路以及专用的 ADC 和 DAC,因此能够在基带域对每个阵元的幅度和相位进行独立控制^[21]。同时,信号的幅度和相位调整完全在基带通过复数权值运算实现,因此系统拥有极高的自由度,能够针对每一个天线独立进行精细化控制。设接收端阵元数,或者说天线数为 M ,阵列接收信号 $\mathbf{x}(n) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$,故合成后的信号可以表示为

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (2-15)$$

其中权值向量 $\mathbf{w}$ 具有 M 个复数自由度,不受模长约束。

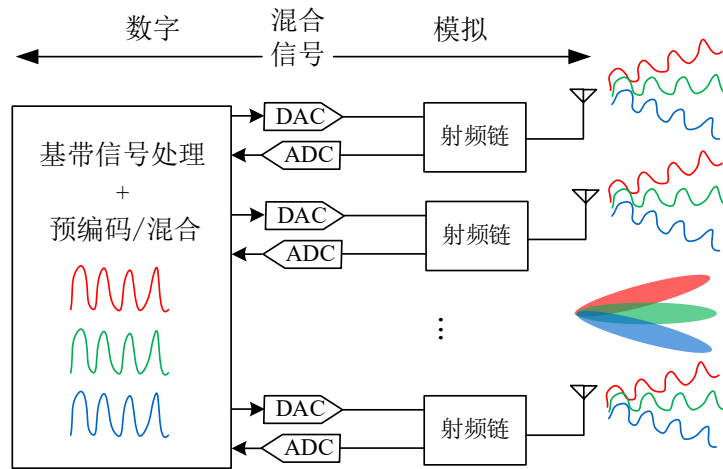


图 2-5 纯数字波束成形架构

纯数字架构具有最高的波束控制自由度,能够实现接近最优的频谱效率与抗干扰性能。然而,该架构需要大量射频链路和高速 ADC 和 DAC,导致硬件成本与功耗较高。在后续的仿真中将基于 MVDR 的纯数字波束成形作为性能上界参考。

2.5.2 纯模拟波束成形架构

纯模拟波束成形架构仅使用少量的射频链路,通过模拟相移器网络将信号分配至各天线阵元^[21]。图 2-6 示出了一个简化的模拟波束成形架构,该架构通过特定数字信号处理算法,在数字域自适应计算权重系数,并在模拟域实时更新。

纯模拟波束成形中,信号的相位调整在射频前端完成。由于模拟相移器只能改变相位而不能调整幅度,因此权值矢量必须满足严格的恒模约束。权值向量 $\mathbf{w}$ 的每一个元素需满足

$$|[\mathbf{w}]_n| = \frac{1}{\sqrt{M}}, n=1, 2, \dots, M \quad (2-16)$$

M 依然是阵元数。可见，这种架构限制了波束成形仅能通过改变天线间的相位差来控制波束指向。在后续的仿真中，该架构被简化建模为相控阵模式，仅保留最优全数字权值的相位部分。

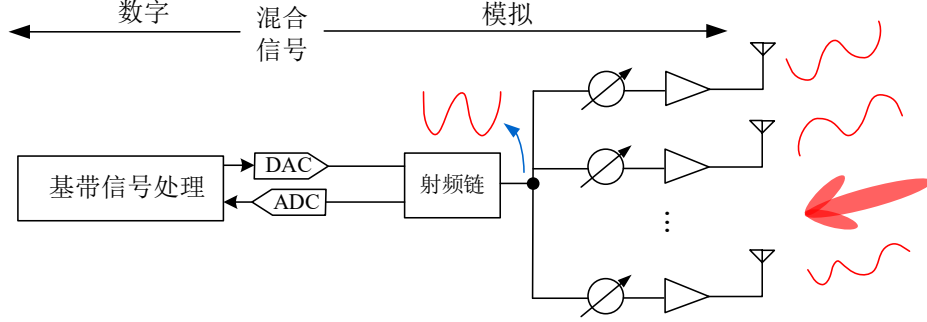


图 2-6 纯模拟波束成形架构

纯模拟波束成形架构的硬件结构极其简单，成本和功耗最低。然而，由于自由度严重受限，系统在同一时刻通常只能产生单一方向的窄波束，且无法有效抑制空间中分布的离散强干扰。

2.5.3 混合波束成形架构

在雷达和毫米波通信的应用中，大规模发射天线阵列被广泛用于增强目标回波的接收能量，并补偿高频传输中的严重路径损耗。因此，混合波束成形架构被越来越多地视为兼顾性能与开销的可行方案：通过在射频端引入移相器网络，将少量射频链与大量天线单元灵活连接，在显著降低硬件复杂度的同时，仍能保持较高的波束成形自由度和指向增益。

混合波束成形本质上是一种在“功耗/成本”与“灵活性/性能”之间取得折中的两级处理结构^[18]，如图 2-7 所示。该架构通过将波束成形过程拆分为低维数字基带处理与高维模拟射频处理两部分，在性能与成本之间取得了良好的平衡。

在混合波束成形架构中，系统仅配置远小于天线（或阵元）数 M 的射频链路数 N_{RF} 。信号首先在基带通过数字预编码矩阵 $\mathbf{W}_{BB} \in \mathbb{C}^{N_{RF} \times N_s}$ （2.3 节已经提到， N_s 为数据流数）进行低维处理，随后通过射频链路上变频至模拟域，最后由模拟矩阵 $\mathbf{W}_{RF} \in \mathbb{C}^{M \times N_{RF}}$ 进行高维相位调整。最终的等效权值矩阵为

$$\mathbf{w} = \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB} \quad (2-17)$$

其中， $\mathbf{W}_{RF}$ 必须满足恒模约束。

混合波束成形架构由于射频链路和 ADC/DAC 数量显著少于天线总数，故有效降低了系统成本与计算负荷，同时大幅减小了高频前端的功耗与散热压力。

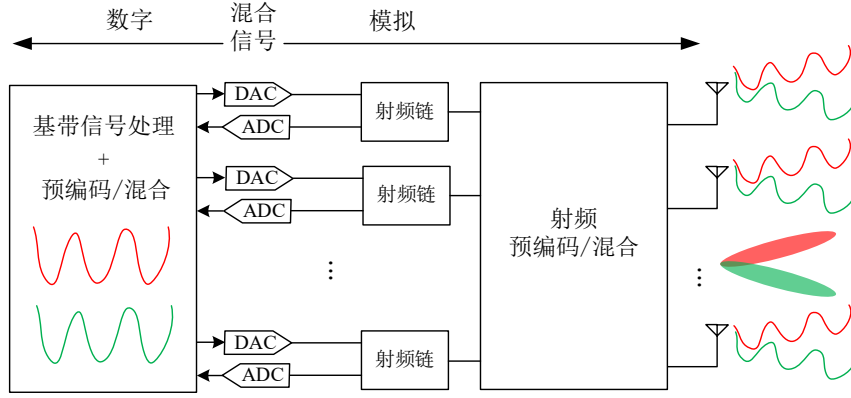


图 2-7 混合波束成形架构

2.6 波束优化问题建模

本课题的优化目标是：在满足模拟权值恒模约束及总功率约束的前提下，设计预编码/合成矩阵，使系统输出的信干噪比（SINR）最大化。对于大规模 MIMO 混合波束成形系统而言，模拟矩阵通常由移相器网络实现，因此其元素只能调节相位而不能独立调节幅度^[22]；同时，系统整体权值还需要满足功率约束。因此，混合波束成形问题通常都需要在“模拟矩阵恒模约束”和“总功率约束”下进行设计^[23]。

结合 2.3 节和 2.5 节的分析，后续仿真并不针对完整的多用户收发联合优化问题，而主要聚焦于接收端在强干扰环境下的混合波束优化问题。也就是说，本课题将更关注如何利用少量射频链路，从大规模阵列接收信号中增强目标方向响应并抑制干扰和噪声。

根据式(2-17)，对于接收端混合波束成形，设最终的等效波束权向量为

$$\mathbf{w} = \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB} \quad (2-18)$$

其中， $\mathbf{W}_{RF} \in \mathbb{C}^{M \times N_{RF}}$ 为模拟射频矩阵， $\mathbf{W}_{BB} \in \mathbb{C}^{N_{RF} \times 1}$ 为数字基带权向量。由于模拟矩阵由移相器实现，因此其元素必须满足恒模约束，即

$$|[\mathbf{W}_{RF}]_{m,n}| = \frac{1}{\sqrt{M}} \quad (2-19)$$

同时，为避免整体波束权值无限放大，还需满足总功率约束或归一化约束。这样，阵列在第 n 个快拍时刻的输出可写为

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (2-20)$$

其中 $\mathbf{x}(n)$ 已在式(2-2)中指出。

在目标、干扰和噪声共存的场景下，若目标方向为 θ_0 ，干扰方向集合为 $\{\theta_i\}$ ，则输出信干噪比可表示为

$$\text{SINR} = \frac{P_s |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}} \quad (2-21)$$

其中， P_s 为信号功率， $\mathbf{a}(\theta_0)$ 为目标信号的方向向量， $\mathbf{R}_{i+n}$ 为干扰加噪声协方差矩阵。由此可见，波束优化问题的本质就是：在目标方向保持较高增益的同时，尽可能减小干扰与噪声在输出端的功率，从而使输出 SINR 最大^[24]。

因此，本文的波束优化问题可以表述为：在模拟矩阵满足恒模约束、整体权值满足总功率约束的条件下，联合设计 $\mathbf{W}_{RF}$ 和 $\mathbf{W}_{BB}$ ，使式(2-21)所示的输出 SINR 最大。由于这一问题中模拟矩阵与数字权值相互耦合，且模拟矩阵本身还受到恒模约束，因此它是一个非凸优化问题，通常难以直接得到全局最优解。

结合后续仿真的具体实现，求解并没有直接对上述联合优化问题进行整体求解，而是采用了两阶段近似优化的思路：第一步，先构造满足恒模约束的模拟射频矩阵 $\mathbf{W}_{RF}$ ；第二步，在模拟矩阵确定后，将高维阵列接收信号投影到低维数字域，再利用低维协方差矩阵求解数字基带权值 $\mathbf{W}_{BB}$ 。

其中，DFT 方法通过固定角度码本构造模拟矩阵，传统 OMP 方法在全空间字典中进行贪婪搜索，而 TSC-OMP 方法则在目标先验扇区内构造局部字典，以减少冗余搜索并减弱强干扰伪峰的影响。

进一步地，在数字域权值求解中，本课题实际采用的方法是在模拟降维之后，再根据低维协方差矩阵求得数字基带权值。这种做法保留了自适应波束形成对干扰抑制的优势，同时避免在全维空间直接求逆协方差矩阵所带来的高计算复杂度。降维处理是大规模阵列波束形成中降低运算量、提升工程可实现性的重要方法^[25]。

综上所述，本课题波束优化问题建模的核心可以概括为：在模拟矩阵恒模约束和总功率约束下，通过设计模拟射频矩阵与数字基带权值，使系统输出 SINR 最大。

2.7 本章小结

在本章的前几个小节中，已经对一个完整的大规模 MIMO 系统的接收端模型和所在仿真环境进行了具体的说明和原理解释。现做一个汇总，在表 2-1 中，对这些参数进行了具体罗列，作为后续仿真验证的参考。

表 2-1 仿真平台的主要参数

参数类别	参数名称	ULA 仿真平台设置	NULA 仿真平台设置
计算环境	计算设备	CUDA 可用时使用 GPU， 否则使用 CPU	CUDA 可用时使用 GPU， 否则使用 CPU
阵列规模	阵元数	24	24

续表 2-1

参数类别	参数名称	ULA 仿真平台设置	NULA 仿真平台设置
阵列规模	射频链数	4	4
阵列类型	阵列模型	ULA	NULA
阵列几何	阵元间距/位置	半波长间距	前 12 阵元 43mm 等间距， 中间 63 mm 跳变，后 11 阵元继续 43mm 等间距
电磁参数	载频 f_c	归一化半波长建模	4.9 GHz
	波长 λ	归一化表示	$\lambda = 3 \times 10^8 / f_c$
场景参数	目标角度	5°	5°
	干扰角度	-15°	-15°
	快拍数	100	100
	噪声功率	1.0	1.0
	干扰噪声比	30 dB	30 dB
	目标扇区半宽	5°	5°
DFT	模拟波束数	4	4
OMP	全空间字典范围	$-90^\circ:0.5^\circ:90^\circ$	$-90^\circ:0.5^\circ:90^\circ$
TSC-OMP	约束字典范围	先验角 $\pm 5^\circ$ ，步长 0.1°	先验角 $\pm 5^\circ$ ，步长 0.1°
宽波束先验	宽波束构造步长	0.5°	0.5°
主线仿真	静态信号功率	0dB	0dB
	SNR 扫描范围	$-10:2:20$ dB	$-10:2:20$ dB
	蒙特卡洛次数	300	300
	扫描角网格	先验角 $\pm 5^\circ$ ，步长 0.01°	先验角 $\pm 5^\circ$ ，步长 0.01°
鲁棒性测试	目标测角扇区	$0\sim 40^\circ$	$0\sim 40^\circ$
	SNR 测试点	[0, 5, 10, 15, 20]dB	[0, 5, 10, 15, 20]dB
	蒙特卡洛次数	300	300
复杂度分析	阵元数扫描	8, 12, 16, 20, 24, 28, 32	8, 12, 16, 20, 24, 28, 32

从第三章开始，将基于表中的仿真参数，对经典的纯数字、纯模拟和混合波束成形算法在接收端进行复现，并进行性能分析。

第三章 经典波束成形算法分析与局限性验证

在第二章中，已经建立了毫米波信道模型、均匀线阵与非均匀线阵的阵列模型、弱目标与强干扰场景，以及纯数字、纯模拟和混合波束成形的基本架构。在此基础上，本章对经典波束成形算法进行复现与对比分析，具体包括纯模拟波束成形、基于 MVDR 的纯数字波束成形、基于 DFT 码本的混合波束成形以及基于传统 OMP 的混合波束成形。通过对这些算法在统一仿真平台下的波束方向图和输出 SINR 表现进行比较，分析各类方法的性能特点及其局限性，为第四章基于目标扇区约束的改进算法设计提供基准和切入点。本章的算法复现严格基于 Python 主线代码实现，设置的参数已在表 2-1 中列出。

3.1 经典算法复现思路总览

为了便于说明各类经典算法在代码中的体现，表 3-1 总结了本文第三章所复现的四类经典算法及其在代码中的核心实现方式。

表 3-1 经典算法复现总体说明

算法名称	基本思想	在代码中的体现方式	本章作用
纯模拟	直接将波束主瓣指向目标方向	由目标导向矢量直接归一化得到	性能下界
基于 MVDR 方法的纯数字	利用全维协方差矩阵求解最优数字权值	在全维空间直接求逆协方差矩阵并按 MVDR 公式求权	性能上界
DFT 混合	在目标先验扇区内选取固定离散波束构造模拟矩阵，再做低维 MVDR	固定码本+低维数字合成	低复杂度 基线
传统 OMP 混合	在全空间字典中贪婪选择最相关原子构造模拟矩阵，再做低维 MVDR	全空间稀疏搜索+低维数字合成	稀疏重构类 基线

3.2 纯模拟波束成形算法

3.2.1 纯模拟波束成形算法的基本原理

纯模拟波束成形是最简单的阵列赋形方式。该方法仅通过模拟相移器调整各

阵元信号的相位关系，使目标方向上的回波在阵列输出端实现相干叠加。第二章中已指出，纯模拟架构硬件复杂度低、成本小，但由于缺乏数字域自由度，其干扰抑制能力和多波束灵活性明显受限。

因模拟相移器只能调节相位而不能独立调节幅度，因此其权值向量通常直接由目标方向导向矢量归一化得到，其本质上相当于将阵列波束直接指向目标方向：

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{a}(\theta_0)}{\sqrt{M}} \quad (3-1)$$

其中 θ_0 为目标方向， M 为阵元数。

对于任意扫描角 θ ，其归一化波束方向图可写为

$$F(\theta) = 10 \lg \frac{|\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{w}|^2}{\max_{\theta} |\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{w}|} \quad (3-2)$$

纯模拟波束成形不能利用协方差矩阵信息对干扰进行自适应抑制，因此在强干扰环境下通常难以形成足够深的零陷。

3.2.2 纯模拟波束成形算法的复现方式

在仿真中，纯模拟波束成形的复现方式非常直接，即先根据目标方向生成方向向量，再使用式(3-2)，对其除以阵元数的 1/2 次方即可。其中均匀线阵与非均匀线阵的区别仅体现在方向向量的构造方式不同：均匀线阵采用半波长均匀线阵模型，而非均匀线阵则采用 24 阵元非均匀物理位置模型。除此之外，纯模拟权值的构造方式保持一致。

算法的具体步骤总结在了表 3-2 中。

表 3-2 纯模拟波束成形算法步骤

算法步骤	数学表达	说明
步骤 1:	生成目标导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_0)$	ULA 与 NULA 的区别仅在方向向量构造上
步骤 2:	构造模拟权值 $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta_0)/\sqrt{M}$	直接指向目标方向
步骤 3:	计算波束方向图 $F(\theta)$	用于生成方向图
步骤 4:	计算输出 SINR	作为基线性能下界

3.2.3 纯模拟波束成形算法的仿真结果与分析

通过仿真，我们得到了目标 5° ，杂波 -15° 时的波束方向图，其中均匀线阵的波束方向图见图 3-1(a)，非均匀线阵的波束方向图见图 3-1(b)。

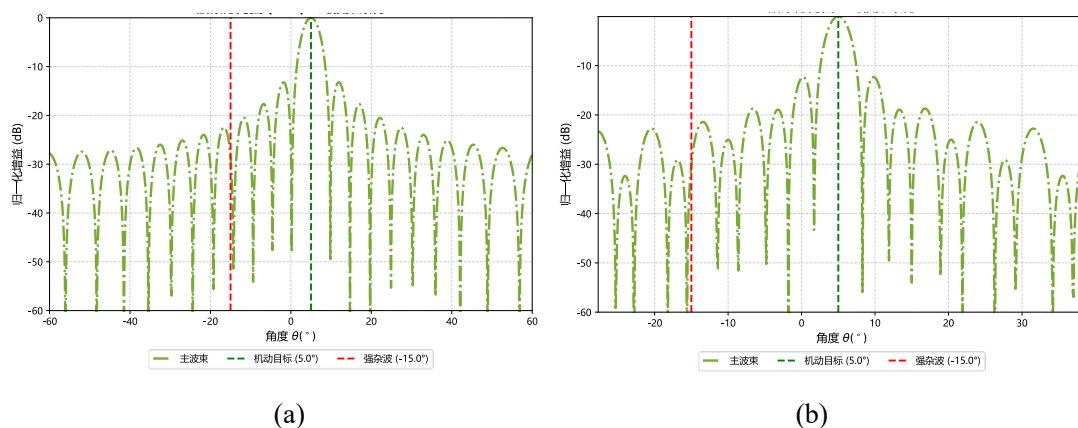


图 3-1 纯模拟波束成形算法的波束方向图

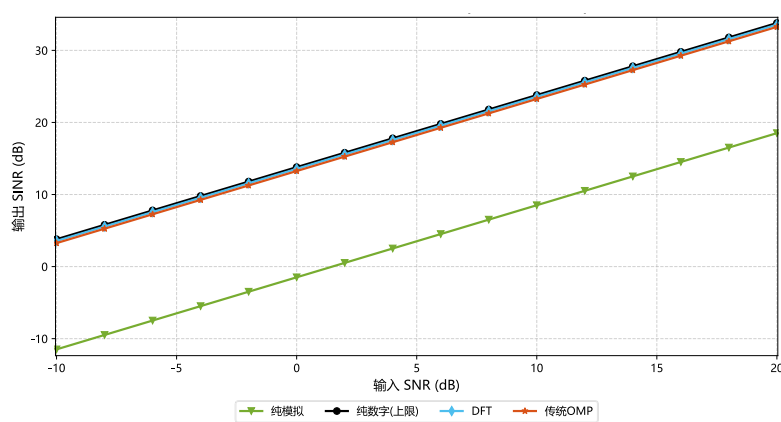


图 3-2 均匀线阵下各算法的 SINR 表现

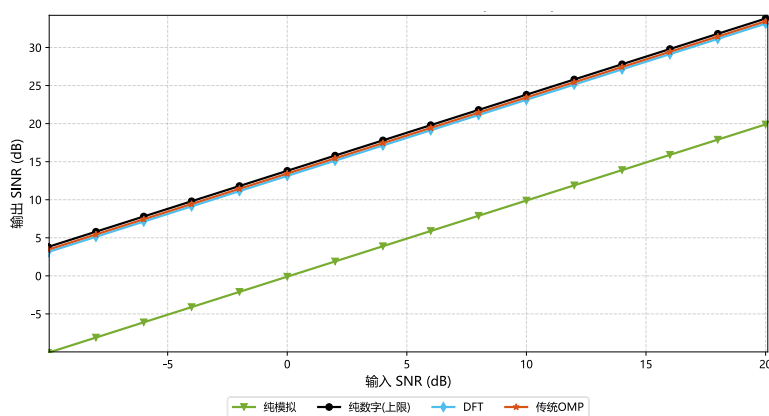


图 3-3 非均匀线阵下各算法的 SINR 表现

从结果可以看出，纯模拟架构虽然能够在目标方向形成主瓣，但在干扰方向难以形成明显零陷，旁瓣抑制能力也较弱，因此其抗干扰性能最差，只能作为后续比较的性能下界。从图 3-2、图 3-3 也可以看出，在所有复现和改进的算法中，纯模拟波束成形算法的 SINR 也是最低的。

3.3 基于 MVDR 方法的纯数字波束形成算法

3.3.1 纯数字 MVDR 波束成形算法的基本原理

纯数字波束成形能够对每个阵元分配独立复权值，因此具有最高的空间自由度。本文将基于最小方差无失真响应 (MVDR) 准则的纯数字波束成形作为经典基准方法。其核心思想是在保证目标方向无失真通过的前提下，使阵列输出功率最小，从而最大程度压制干扰与噪声^[4]。其解析解写为

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (3-3)$$

输出 SINR 在式(2-21)中已经给出。该方法在保证目标方向无失真的同时最小化输出功率，因此通常具有最好的抗干扰能力。

3.3.2 纯数字 MVDR 波束成形算法的复现方式

纯数字 MVDR 的复现由表 3-3 所示的步骤完成。

表 3-3 纯数字 MVDR 波束成形算法步骤

算法步骤	数学表达	说明
步骤 1:	构造理想协方差矩阵 $\mathbf{R}_S = \sigma_n^2 \mathbf{I} + P_S \mathbf{a}_t \mathbf{a}_t^H + \text{INR} \mathbf{a}_c \mathbf{a}_c^H$	包含目标、干扰和噪声
步骤 2:	加入对角加载 $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R}_S + \alpha \mathbf{I}$	提高求逆稳定性
步骤 3:	求解 MVDR 权值	对应式(3-3)
步骤 4:	归一化	保持功率一致
步骤 5:	计算波束方向图与 SINR	作为性能上界

3.3.3 纯数字 MVDR 波束成形算法的仿真结果与分析

通过仿真，均匀线阵的波束方向图见图 3-4(a)，非均匀线阵的波束方向图见图 3-4(b)。可见该算法在强干扰处均打出了约 -100dB 的零陷。

从结果可见，纯数字 MVDR 其方向图主瓣尖锐、干扰零陷很深。由图 3-2 和图 3-3 同时可得，其在整个 SNR 扫描范围内始终保持最优输出 SINR，因此可作为后续混合波束成形算法的性能上界。

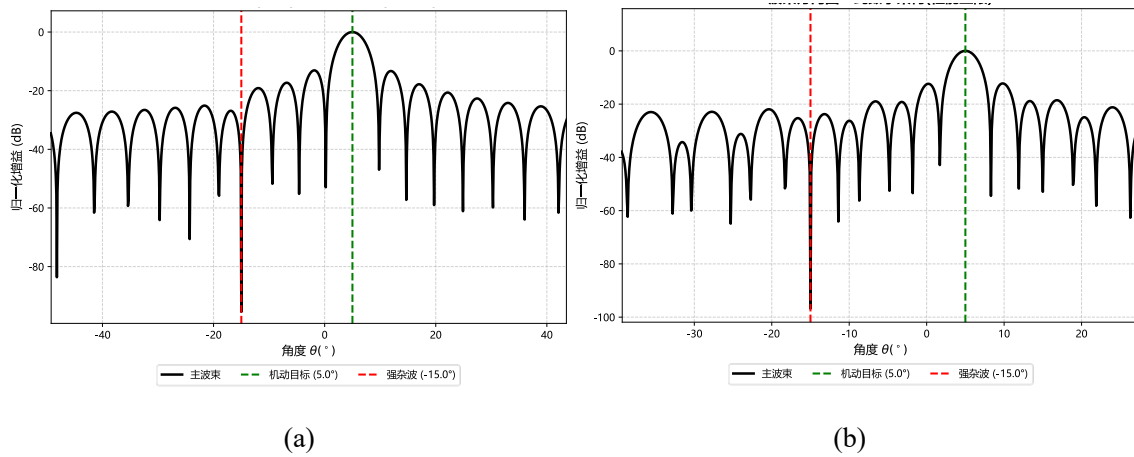


图 3-4 纯数字 MVDR 波束成形算法的波束方向图

3.4 基于 DFT 码本的混合波束成形算法

3.4.1 基于 DFT 码本的混合波束成形算法的基本原理

DFT 混合波束成形属于典型的码本类方法。其基本思想是：先在目标先验扇区内构造若干固定方向波束，形成模拟射频矩阵，再在低维数字域中进一步进行基带权值求解。其模拟矩阵可写为

$$\mathbf{F}_{RF}^{DFT} = \left[\frac{\mathbf{a}(\theta_1)}{\sqrt{M}}, \frac{\mathbf{a}(\theta_2)}{\sqrt{M}}, \dots, \frac{\mathbf{a}(\theta_{N_{RF}})}{\sqrt{M}} \right] \quad (3-4)$$

其中， θ_k 为目标先验扇区内均匀选取的离散方向。

在模拟矩阵固定后，数字基带权值通过低维 MVDR 形式求得：

$$\mathbf{a}_{eff} = \mathbf{F}_{RF}^H \mathbf{a}(\theta_0), \mathbf{R}_{eff} = \mathbf{F}_{RF}^H \mathbf{R} \mathbf{F}_{RF} \quad (3-5)$$

$$\mathbf{f}_{BB} = \frac{\mathbf{R}_{eff}^{-1} \mathbf{a}_{eff}}{\mathbf{a}_{eff}^H \mathbf{R}_{eff}^{-1} \mathbf{a}_{eff}} \quad (3-6)$$

最终混合权值为

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{F}_{RF}^{DFT} \mathbf{f}_{BB}}{\|\mathbf{F}_{RF}^{DFT} \mathbf{f}_{BB}\|} \quad (3-7)$$

3.4.2 基于 DFT 码本的混合波束成形算法的复现方式

该算法的复现步骤见表 3-4。

表 3-4 基于 DFT 码本的混合波束成形算法步骤

算法步骤	数学表达	说明
步骤 1:	确定目标先验扇区中心 θ_{prior}	由目标粗先验确定
步骤 2:	在局部扇区内均匀选取 N_{RF} 个方向	构造固定离散波束
步骤 3:	构造模拟矩阵 $\mathbf{F}_{RF}^{DFT}$	对应式(3-4)
步骤 4:	构造等效导向矢量与等效协方差矩阵	对应式(3-5)
步骤 5:	求低维 MVDR 数字权值	对应式(3-6)
步骤 6:	得到最终混合权值	对应式(3-7)

3.4.3 基于 DFT 码本的混合波束成形算法的仿真结果与分析

通过仿真，均匀线阵的波束方向图见图 3-5(a)，非均匀线阵的波束方向图见图 3-5(b)。可见 ULA 下其打出了 -70dB 的零陷，NULA 下零陷较不明显，约为 -60dB 。

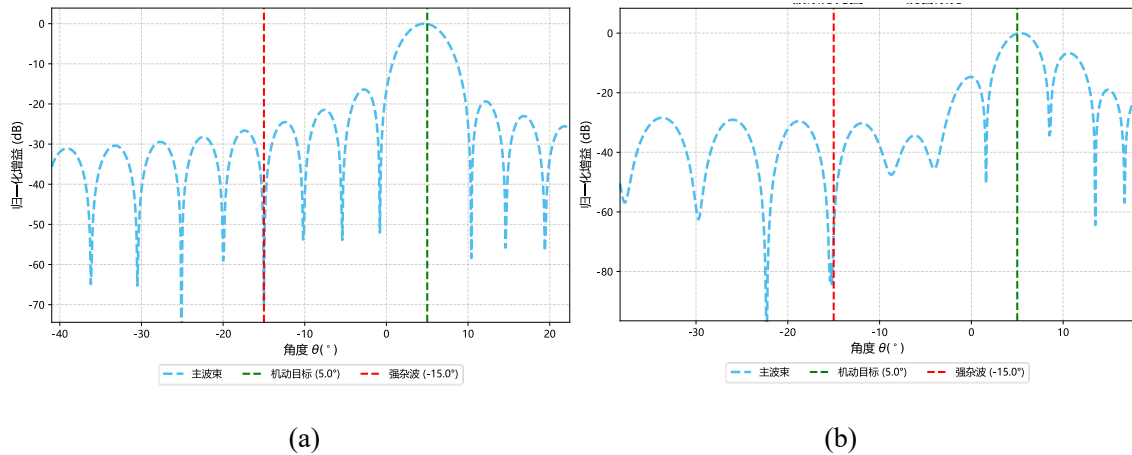


图 3-5 基于 DFT 码本的混合波束成形算法的波束方向图

从波束方向图和输出 SINR 曲线（图 3-2 和图 3-3）可以看出，DFT 架构明显优于纯模拟架构，说明“固定码本 + 低维数字合成”的策略能够在有限 RF 链条件下获得一定性能增益。但由于模拟矩阵来自固定离散波束，其自适应性较弱，在强干扰和目标离网格场景下仍存在有效自由度不足的问题^[21]。

3.5 基于 OMP 的混合波束成形算法

3.5.1 基于 OMP 的混合波束成形算法的基本原理

正交匹配追踪 (OMP) 方法属于典型的稀疏重构型混合波束成形方法，利用角度域过完备字典，通过贪婪搜索逐次选取与残差最相关的原子来构造模拟矩阵^[26]。

首先构造全空间字典

$$\mathbf{A}_{full} = \left[\frac{\mathbf{a}(\theta_1)}{\sqrt{M}}, \frac{\mathbf{a}(\theta_2)}{\sqrt{M}}, \dots, \frac{\mathbf{a}(\theta_G)}{\sqrt{M}} \right], \theta_g \in [-90^\circ, 90^\circ] \quad (3-8)$$

再构造先验宽波束向量

$$\mathbf{a}_{prior} = \frac{\sum_{\theta \in \Omega} \mathbf{a}(\theta)}{\left\| \sum_{\theta \in \Omega} \mathbf{a}(\theta) \right\|} \quad (3-9)$$

利用干扰加噪声协方差矩阵得到先验数字权值

$$\mathbf{w}_{prior} = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}_{prior}}{\left\| \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}_{prior} \right\|} \quad (3-10)$$

第 k 次迭代时, OMP 选择与当前残差最相关的原子:

$$i_k = \arg \max_i |\mathbf{a}_i^H \mathbf{r}^{(k-1)}| \quad (3-11)$$

并更新模拟矩阵和残差:

$$\mathbf{F}_{RF}^{(k)} = [\mathbf{F}_{RF}^{(k-1)}, \mathbf{a}_{ik}] \quad (3-12)$$

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{w}_{prior} - \mathbf{F}_{RF}^{(k)} (\mathbf{F}_{RF}^{(k)\dagger} \mathbf{w}_{prior}) \quad (3-13)$$

其中, $(\cdot)^\dagger$ 表示 Moore–Penrose 伪逆, $\mathbf{F}_{RF}^{(k)} (\mathbf{F}_{RF}^{(k)\dagger} \mathbf{w}_{prior})$ 表示的是把 $\mathbf{w}_{prior}$ 投影到当前已经选出来的字典原子张成的子空间上, 残差则表示当前子空间尚未拟合的部分。最终再按低维 MVDR 形式求解数字基带权值, 得到传统 OMP 混合权值^[27]。

3.5.2 基于 OMP 的混合波束成形算法的复现方式

该算法的复现步骤见表 3-5。

表 3-5 基于 OMP 的混合波束成形算法步骤^[11]

算法步骤	数学表达	说明
步骤 1:	构造全空间字典 $\mathbf{A}_{full}$	字典角域为 $[-90^\circ, 90^\circ]$
步骤 2:	构造先验宽波束 $\mathbf{a}_{prior}$	在目标先验扇区内叠加
步骤 3:	构造先验数字权值 $\mathbf{w}_{prior}$	对应式(3-10)
步骤 4:	计算投影并选最大原子	对应式(3-11)
步骤 5:	更新模拟矩阵	对应式(3-12)
步骤 6:	更新残差	对应式(3-13)
步骤 7:	求低维数字权值	与 DFT 相同的低维 MVDR 步骤

3.5.3 基于 OMP 的混合波束成形算法的仿真结果与分析

通过仿真，均匀线阵的波束方向图见图 3-6(a)，非均匀线阵的波束方向图见图 3-6(b)。可见该算法在 ULA 和 NULA 下，都在强杂波处打出了约 -65 dB 的零陷。

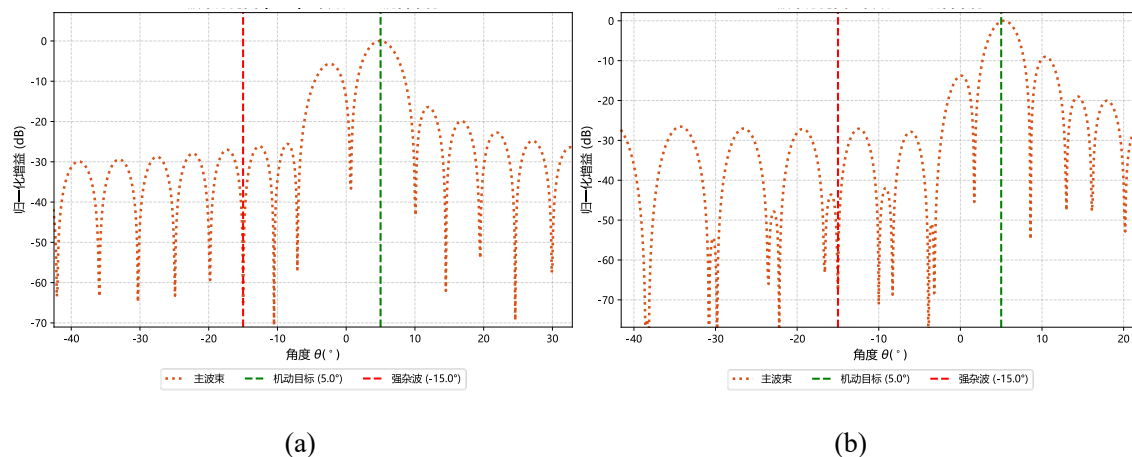


图 3-6 基于 OMP 的混合波束成形算法的波束方向图

从图 3-5、图 3-6、图 3-8 可见，传统 OMP 相较于 DFT 具有更高的灵活性，综合的零陷控制能力较强于 DFT；由图 3-2、图 3-3 可见，其整体性能在 NULA 条件下优于 DFT，在 ULA 条件下仅次于 DFT。但传统 OMP 的主要问题在于其搜索范围覆盖整个角域，在强干扰背景下，全空间字典中的伪峰方向可能被优先选中，从而导致有限的射频链路被错误分配给干扰方向。

3.6 本章小结

首先，为了说明各经典算法差异，表 3-6 对四类方法的核心特点进行归纳。

表 3-6 经典算法综合比较

算法	模拟矩阵来源	数字域处理	优点	局限性
纯模拟	直接由目标导向矢量构造	无	结构最简单，硬件成本最低	无法自适应抑制干扰
纯数字 MVDR	不需要模拟矩阵	全维 MVDR	性能最优，抗干扰能力最强	射频链路数最多，复杂度最高
DFT 混合	局部扇区固定离散波束	低维 MVDR	结构简单，实现方便	自适应性不足，存在离网格误差
传统 OMP 混合	全空间字典贪婪搜索	低维 MVDR	比 DFT 更灵活，性能更高	全空间盲搜易受强干扰伪峰影响

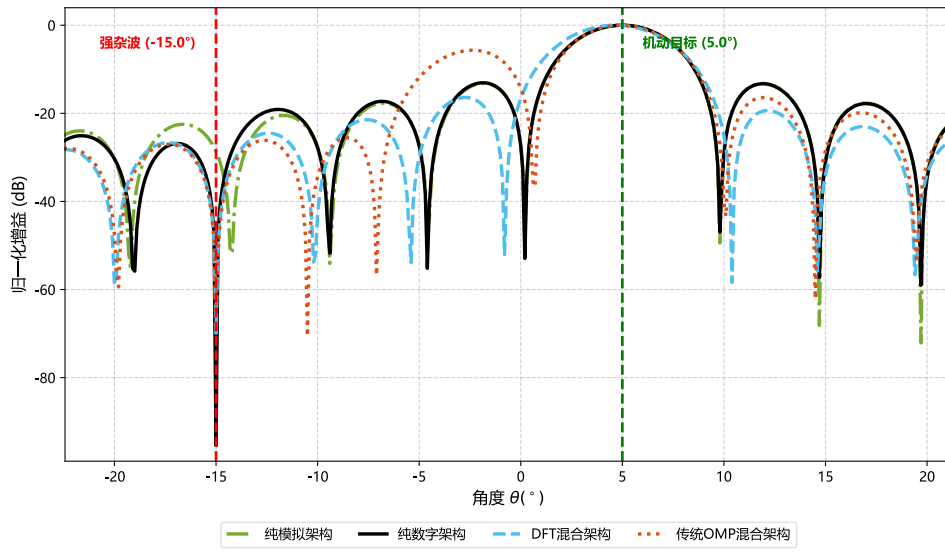


图 3-7 在 ULA 条件下各经典算法的波束方向图

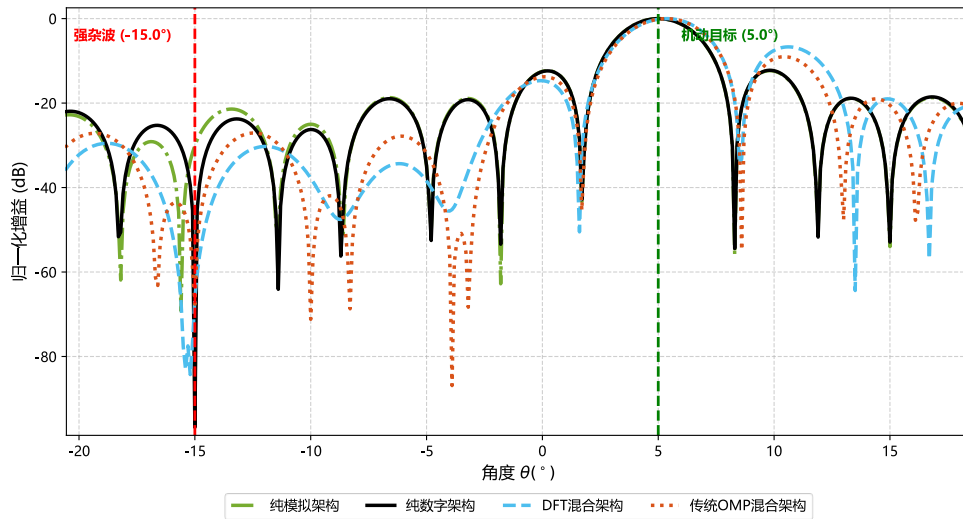


图 3-8 在 NULA 条件下各经典算法的波束方向图

图 3-7 和图 3-8 分别是 ULA 和 NULA 条件下各经典算法的波束方向图。综合仿真结果可以得到以下结论：纯数字 MVDR 由于具有最大的自由度，因此始终作为性能上界；纯模拟由于仅依赖方向对准，因此只能作为性能下界；DFT 混合波束成形能够在有限 RF 链条件下获得一定性能，但固定码本限制了其适应性；传统 OMP 虽然提高了灵活性，但其全空间盲搜机制在强干扰环境下容易导致伪峰误选。由此可见，后续改进的关键不在数字域求解部分，而在于如何在模拟矩阵构造阶段引入更合理的目标先验约束。该思想正是第四章改进的 OMP 算法的直接出发点。

第四章 基于目标扇区约束的波束优化算法设计

在上一章，已经对纯模拟、纯数字 MVDR、DFT 混合波束成形和传统 OMP 混合波束成形进行了统一复现，并建立了后续比较的基线。对比结果表明，传统 OMP 相较于 DFT 具有更强的灵活性，但由于其在全空间字典上进行贪婪搜索，有限的射频链容易受到强干扰伪峰影响，进而导致目标方向自由度分配不足，该局限会在本章作进一步分析。第二章最后也已经指出，本课题后续仿真中并不直接对完整的联合优化问题求全局最优，而是采用“先构造模拟射频矩阵、再进行低维数字权值求解”的两阶段近似思路；在这一框架下，算法改进的核心体现在模拟矩阵的构造阶段。

本章的核心任务是，基于现有文献，尝试对传统 OMP 算法进行改进，以优化复杂度，提升算法性能。在此之前，首先对目前已有的 OMP 算法改进方案进行归纳与总结。

4.1 目前已有的对 OMP 算法的改进方案

OMP 算法由于能够利用毫米波大规模 MIMO 信道在角度域的稀疏性，将混合预编码与合成问题转化为稀疏重构问题，因此已成为混合波束成形研究中的经典方法之一。文献[28]较早将毫米波 MIMO 的混合预编码问题表述为稀疏近似问题，并给出了基于 OMP 的空间稀疏预编码方法，为后续相关研究奠定了重要基础。文献[27]进一步围绕大规模 MIMO 系统中的 OMP 混合波束赋形进行了分析，验证了 OMP 在低硬件开销条件下实现混合波束成形的可行性。

然而，传统 OMP 方法通常需要在全空间完备字典中逐次搜索最相关原子，其性能虽然较好，但也存在两类突出问题：一是全局搜索带来的计算复杂度较高；二是在强干扰或复杂非理想环境下，有限的射频链路容易受到伪峰方向影响，从而导致波束指向偏差或有效自由度分配不足。围绕这些问题，已有研究主要从以下几个方向对 OMP 或 OMP 所代表的稀疏搜索框架进行改进。

第一类改进思路是降低 OMP 搜索复杂度。文献[29]提出了一种低复杂度混合预编码方法，通过奇异值分解构造初始射频矩阵并迭代更新残差，相比基于 OMP 的混合预编码方法显著降低了复杂度，同时获得了更好的性能。文献[30]则提出了基于正交码本的模数混合预编码算法，利用码本正交性并行设计各个射频链路的波束成形向量，从而降低传统 OMP 搜索带来的复杂度。

第二类改进思路是通过改造搜索策略或引入新的启发式优化机制来提升性能。文献[31]提出了基于 BSA 的 MIB-OMP 混合预编码方法，本质上属于在 OMP 框架基础上引入改进搜索机制的代表；文献[32]则提出了基于改进人工鱼群算法的混合预编码方法，虽然不再属于严格意义上的 OMP 变体，但同样体现了学术界围绕“降低复杂度、提升性能、改善工程可实现性”这一目标对经典 OMP 基线的持续改进。

第三类改进思路是结合特定场景先验构造更合适的字典或匹配机制。在更广泛的稀疏恢复和大规模阵列问题中，近年来已经出现了带有场景适配性的 OMP 家族方法，如文献[33]中面向超大规模 MIMO 混合场信道估计的 HF-OMP 等。这类方法的共同特点在于：并非简单沿用全空间盲搜，而是试图结合传播场景、几何结构或先验信息，对传统 OMP 的字典构造和搜索过程进行约束或重塑。

第四类改进思路是在 OMP 初始解基础上进行后续迭代精修。在第一章 1.2 节中的文献[12]提出了一种毫米波 MIMO 迭代式混合收发机设计算法，其基本思想是先将 OMP 结果作为混合收发机的初始解，再通过逐元素更新射频预编码器或射频合并器中相移器的相位，迭代减小混合设计与最优全数字设计之间的加权残差。该方法说明，OMP 的改进可以从其得到初始解之后的连续相位精修角度展开。

综合已有研究可以看出，OMP 的改进方向主要集中在复杂度降低、搜索策略优化以及先验信息利用三个方面。与这些工作相比，本课题所研究的问题更加聚焦于弱目标与强干扰共存条件下接收端混合波束优化。因此，本课题在传统 OMP 基础上，引入目标粗先验角信息，将全空间搜索（也即 $[-90^\circ, 90^\circ]$ ）约束到目标可能出现的局部扇区内，改进为一种基于目标扇区约束的 OMP 算法，在本章后续的解释中，统一将此算法称为 TSC-OMP（Target Sector Constrained OMP）算法。该方法并不改变 OMP 的贪婪迭代框架，而是通过局部过完备字典削减冗余搜索维度，并减弱强干扰伪峰对射频链路分配的影响，从而提升混合波束成形在复杂环境下的抗干扰与测角性能。

4.2 改进的 TSC-OMP 的算法思想

传统 OMP 的基本思想是：在全空间过完备字典中逐次选择与当前残差最相关的原子，构造模拟射频矩阵。该方法的优点是具有较强的自适应性，但其局限性也很明显：当强干扰方向的响应很强时，有限的射频链可能被分配给干扰方向对应的原子，从而导致目标方向的有效自由度下降。尤其是在本文设置的弱目标与强干扰环境中，这一问题会更加突出。

TSC-OMP 的核心改进思想并不是改变 OMP 的贪婪搜索机制，而是在搜索前先缩小字典范围。具体来说，若外部系统能够提供目标的粗略先验角度 θ_{prior} ，就

没有必要继续在整个 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 角域内进行盲搜,而是可以仅在目标可能出现的局部扇区内构造字典。这样可以减少模拟矩阵搜索过程中的冗余维度,降低强干扰伪峰进入候选集合的概率,同时在有限 RF 链条件下,将更多自由度集中分配到目标附近的有效方向上。

在表 4-1 中,对传统 OMP 和 TSC-OMP 进行了初步的差异对比。

表 4-1 传统 OMP 与 TSC-OMP 的核心差异

差异点	传统 OMP	TSC-OMP
搜索范围	全空间字典 $[-90^\circ, 90^\circ]$	目标先验扇区 $[\theta_{prior} - \Delta, \theta_{prior} + \Delta]$
字典步长	0.5°	0.1°
是否利用先验信息	否	是
主要风险	易受强干扰伪峰影响	对先验误差较敏感
预期效果	具有一定灵活性	降低冗余搜索,提高目标方向分配效率

4.3 改进的 TSC-OMP 的算法原理

4.3.1 先验扇区宽波束构造

在正式进行字典搜索之前,算法先根据目标粗先验角 θ_{prior} 和波门半宽 Δ 构造一个先验宽波束向量。设先验扇区为

$$\Omega = [\theta_{prior} - \Delta, \theta_{prior} + \Delta] \quad (4-1)$$

则宽波束先验向量定义为

$$\mathbf{a}_{prior} = \frac{\sum_{\theta \in \Omega} \mathbf{a}(\theta)}{\left\| \sum_{\theta \in \Omega} \mathbf{a}(\theta) \right\|_2} \quad (4-2)$$

算法内部以 0.5° 的步长遍历先验扇区内的角度点,并对导向矢量求和后归一化。先验宽波束的作用,是在目标可能存在的局部扇区内形成一个较平滑的综合方向响应,为后续模拟矩阵搜索提供初始指引。

进一步地,算法利用干扰加噪声协方差矩阵

$$\mathbf{R}_{i+n} = \sigma_n^2 \mathbf{I} + \text{INR} \cdot \mathbf{a}(\theta_c) \mathbf{a}^H(\theta_c) \quad (4-3)$$

构造先验数字权值

$$\mathbf{w}_{prior} = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}_{prior}}{\left\| \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}_{prior} \right\|_2} \quad (4-4)$$

这一步的目的是，先不在全维空间直接求最终最优权值，而是先在先验扇区内构造一个相对稳定的“数字参考目标”，供算法在模拟域进行稀疏近似。

4.3.2 目标扇区约束字典构造

传统 OMP 的字典构造方式在第三章式(3-8)中已经具体给出，该字典属于过完备字典，也就是说，传统 OMP 构建了一个全空域字典。而在 TSC-OMP 中，局部字典被定义为

$$\mathbf{A}_{TSC} = \left[\frac{\mathbf{a}(\phi_1)}{\sqrt{M}}, \frac{\mathbf{a}(\phi_2)}{\sqrt{M}}, \dots, \frac{\mathbf{a}(\phi_L)}{\sqrt{M}} \right], \phi_l \in \Omega_t = [\theta_{prior} - \Delta, \theta_{prior} + \Delta] \quad (4-5)$$

其中， Δ 为波门半宽。表 4-1 已经指出，在传统 OMP 算法中，全空间字典的步长为 0.5° ，而在 TSC-OMP 算法中，局部字典的步长更改为了 0.1° 。因此 TSC-OMP 并不是简单地“缩小范围”，而是在缩小范围的同时提高了局部角域分辨率，从而使有限 RF 链的搜索过程更加聚焦于目标附近。

4.3.3 基于局部字典的贪婪搜索

TSC-OMP 在搜索机制上仍然沿用传统 OMP 的标准贪婪迭代框架。设初始残差为

$$\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{w}_{prior} \quad (4-6)$$

在第 k 次迭代中，选择与当前残差最相关的字典原子，即

$$i_k = \arg \max_{\phi_i \in \Omega_t} |\mathbf{a}^H(\phi_i) \mathbf{r}^{(k-1)}| \quad (4-7)$$

随后更新模拟矩阵

$$\mathbf{F}_{RF}^{(k)} = [\mathbf{F}_{RF}^{(k-1)}, \mathbf{a}_{ik}] \quad (4-8)$$

并更新残差

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{w}_{prior} - \mathbf{F}_{RF}^{(k)} (\mathbf{F}_{RF}^{(k)\dagger} \mathbf{w}_{prior}) \quad (4-9)$$

直到选满 N_{RF} 个原子后停止。

值得注意的是，由第三章 3.5.1 节可知，传统 OMP 与 TSC-OMP 在这一步的处理方式完全相同，唯一不同只是字典的来源不同，也即式(3-8)和式(4-5)的不同。因此，TSC-OMP 的本质改进不是“重新发明一个新搜索器”，而是“在现有 OMP 搜索器前增加目标扇区约束”。

4.3.4 低维数字基带权值求解

在模拟矩阵 $\mathbf{F}_{RF}^{TSC}$ 确定之后，数字基带权值的求解仍然采用与第三章 DFT、传

统 OMP 相同的低维 MVDR 方式。设目标导向矢量为 $\mathbf{a}(\theta_0)$ ，则可先定义低维等效导向矢量和等效协方差矩阵

$$\mathbf{a}_{eff} = \mathbf{F}_{RF}^H \mathbf{a}(\theta_0) \quad (4-10)$$

$$\mathbf{R}_{eff} = \mathbf{F}_{RF}^H \mathbf{R} \mathbf{F}_{RF} \quad (4-11)$$

为了提高数值稳定性，算法中对 $\mathbf{R}_{eff}$ 增加了对角加载项

$$\tilde{\mathbf{R}}_{eff} = \mathbf{R}_{eff} + 0.05 \cdot \frac{\text{tr}(\mathbf{R}_{eff})}{N_{RF}} \mathbf{I} \quad (4-12)$$

随后数字基带权值按低维 MVDR 形式求得

$$\mathbf{f}_{BB} = \frac{\tilde{\mathbf{R}}_{eff}^{-1} \mathbf{a}_{eff}}{\mathbf{a}_{eff}^H \tilde{\mathbf{R}}_{eff}^{-1} \mathbf{a}_{eff}} \quad (4-13)$$

最终混合权值为

$$\mathbf{w}_{TSC} = \frac{\mathbf{F}_{RF}^{TSC} \mathbf{f}_{BB}}{\|\mathbf{F}_{RF}^{TSC} \mathbf{f}_{BB}\|_2} \quad (4-14)$$

因此，从整体结构上看，TSC-OMP 和第三章中的 DFT、传统 OMP 一样，都属于“模拟矩阵构造+低维 MVDR 数字合成”的两阶段框架，只是 TSC-OMP 在模拟矩阵构造阶段加入了目标扇区约束。

4.3.5 改进的 TSC-OMP 算法的实现步骤

下面给出表 4-2，把 TSC-OMP 在仿真代码中的实现步骤完整对应出来。

表 4-2 改进的 TSC-OMP 算法的实现步骤

算法步骤	数学表达	说明
步骤 1:	确定先验角 θ_{prior} 与波门半宽 Δ	由目标粗先验给出
步骤 2:	构造先验宽波束 $\mathbf{a}_{prior}$	在先验扇区内以 0.5° 步长叠加方向向量
步骤 3:	构造先验数字权值 $\mathbf{w}_{prior}$	为后续模拟域搜索提供参考目标
步骤 4:	构造局部字典 $\mathbf{A}_{TSC}$	$[\theta_{prior} - \Delta, \theta_{prior} + \Delta]$ 内以 0.1° 步长建字典
步骤 5:	用 OMP 贪婪搜索构造 $\mathbf{F}_{RF}^{TSC}$	与传统 OMP 的搜索器相同，只是字典不同
步骤 6:	构造低维等效方向向量与协方差矩阵	进行模拟降维
步骤 7:	对低维协方差矩阵加入对角加载	提高求逆稳定性
步骤 8:	求低维 MVDR 数字权值 $\mathbf{f}_{BB}$	与 DFT/传统 OMP 相同
步骤 9:	得到最终混合权值 $\mathbf{w}_{TSC}$	输出最终波束权向量

4.4 伪峰机理分析与伪峰抑制

4.4.1 传统 OMP 的伪峰机理分析

传统 OMP 混合波束成形的模拟矩阵构造过程，本质上是在给定过完备字典的条件下，通过贪婪搜索逐次选择与当前残差最相关的原子。由式(3-8)可知，传统 OMP 使用的是全空间字典，并在每次迭代中按式(3-11)的准则选择原子。

其中，式(3-11)中 $\mathbf{r}^{(k-1)}$ 为第 $k-1$ 次迭代后的残差。随后按式(3-13)利用伪逆投影更新残差。可以看出，传统 OMP 每一步只依据当前残差与字典原子的相关性大小来进行选择，而并不区分该原子是否位于目标扇区内。因此，只要存在某个非目标方向 θ_f 满足

$$|\mathbf{a}^H(\theta_f)\mathbf{r}^{(k-1)}| > |\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{r}^{(k-1)}| \quad (4-15)$$

则该非目标方向原子就会被优先选中。本课题所研究的场景为弱目标与强干扰共存场景，强杂波方向约为 -15° ，目标方向约为 5° 。在这种情况下，当前残差可近似写为

$$\mathbf{r}^{(k-1)} = \alpha_t \mathbf{a}(\theta_0) + \alpha_c \mathbf{a}(\theta_c) + \mathbf{e} \quad (4-16)$$

其中 α_t 表示目标分量系数， α_c 表示干扰泄漏分量系数， $\mathbf{e}$ 表示有限快拍估计误差与噪声扰动。由于本课题场景中干扰功率显著强于目标功率，故在一定条件下有 $|\alpha_c| \gg |\alpha_t|$ ，于是，对任意测试方向 θ ，其相关性函数为

$$S(\theta) = |\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{r}^{(k-1)}| = |\alpha_t \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta_0) + \alpha_c \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta_c) + \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{e}| \quad (4-17)$$

当 θ 位于杂波方向 θ_c 附近时， $\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta_c)$ 往往取得较大值，因此即便目标方向仍存在有效响应，杂波泄漏项也可能主导 $S(\theta)$ 的峰值位置，从而在全空间搜索中产生强于目标主峰的局部极大值。本课题将这种出现在目标扇区外、且可能诱导 OMP 误选的局部极大值称为伪峰。因此，传统 OMP 是由其全空间字典与最大相关性原子选择机制直接决定的。

4.4.2 改进的 TSC-OMP 的伪峰抑制机理

为减弱上述伪峰风险，由式(4-5)可知，TSC-OMP 在保持 OMP 贪婪搜索框架不变的前提下，引入目标粗先验角，并将搜索字典从全空间压缩为目标扇区局部字典。此时 OMP 的选择准则在式(4-7)已经给出，设强杂波邻域为 $\Omega_c \in [\theta_c - \delta, \theta_c + \delta]$ ，若满足

$$\Omega_t \cap \Omega_c = \emptyset \quad (4-18)$$

则意味着所有位于强杂波方向及其邻域内的候选原子都被直接剔除，不再进入 OMP 的搜索集合。于是，对任意迭代步 k 都有

$$\hat{\theta}_k \in \Omega_t \quad (4-19)$$

因此

$$P(\hat{\theta}_k \in \Omega_c) = 0 \quad (4-20)$$

$P(\cdot)$ 在这里表示概率。式(4-20)表明，只要目标扇区与杂波邻域不重叠，TSC-OMP 在候选集层面就从机制上消除了传统 OMP 误选强杂波邻域原子的可能性。

需要注意的是，TSC-OMP 从候选集约束角度显著降低了伪峰风险，但扇区内仍可能存在由于离网格误差、有限快拍误差等引起的局部波动。因此，TSC-OMP 从搜索支持集层面抑制并显著削弱了传统 OMP 的杂波伪峰误选风险，而不是在所有情况下对所有误差源都完全消除。

4.4.3 伪峰风险与伪峰抑制验证

为进一步验证传统 OMP 全空间搜索易受伪峰影响，而 TSC-OMP 能够通过目标扇区约束抑制该问题，本课题在与主仿真相同的弱目标、强干扰条件下，设计了专门的伪峰验证实验。实验中，保持目标方向、杂波方向、干扰噪声比、快拍数以及射频链路数等参数不变，仅分别记录传统 OMP 与 TSC-OMP 在迭代过程中所选原子的角度位置，并对其统计特性进行比较。为便于分析，本文分别从单次实验投影谱表现、蒙特卡洛条件下的原子分布情况以及统计指标对比三个层面进行说明。

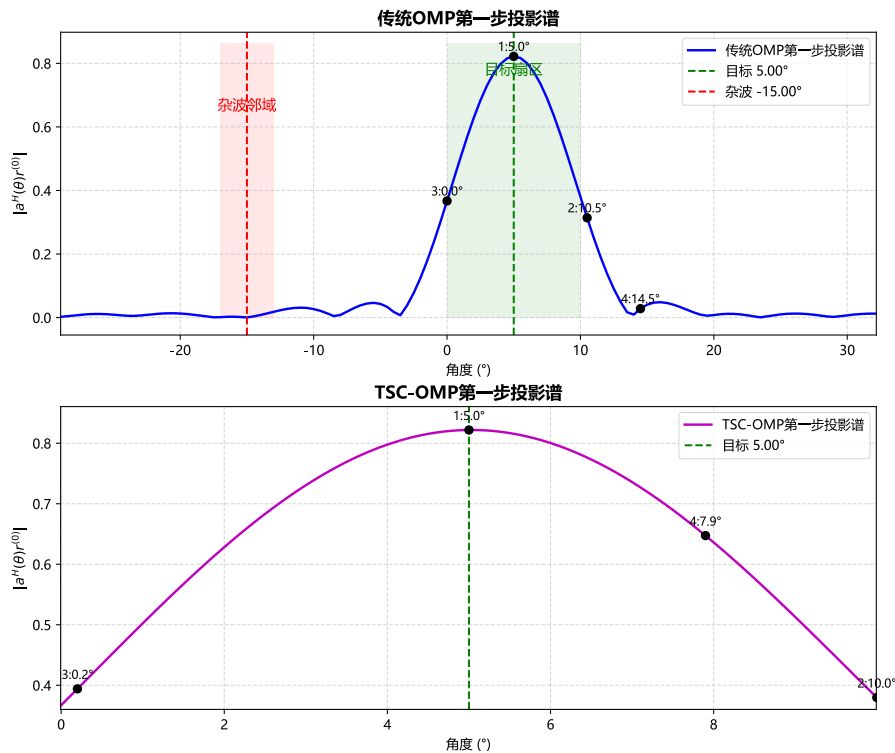


图 4-1 传统 OMP 与 TSC-OMP 第一步投影谱对比

图 4-1 给出了两种算法在第一步迭代中的投影谱结果。可以看出，传统 OMP 在目标方向附近形成了最强主峰，但在目标扇区外仍存在若干局部峰值，并且后续被选原子中出现了明显落在目标扇区之外的角度。相比之下，TSC-OMP 第一步投影谱仅在目标扇区范围内进行比较，候选集中不再包含远离目标方向的原子，因此算法选择过程避免了扇区外峰值进入搜索支持集。同时，TSC-OMP 的被选原子均位于目标扇区内部，说明目标扇区约束在搜索初始阶段就对传统 OMP 的全局盲搜进行了有效修正。因此，传统 OMP 在全空间搜索条件下存在明显的扇区外误选倾向，而 TSC-OMP 能够在候选集层面抑制该现象。

为了避免单次实验的偶然性，进一步在蒙特卡洛条件下统计两类算法在全部迭代过程中所选原子的角度分布，结果如图 4-2 所示。

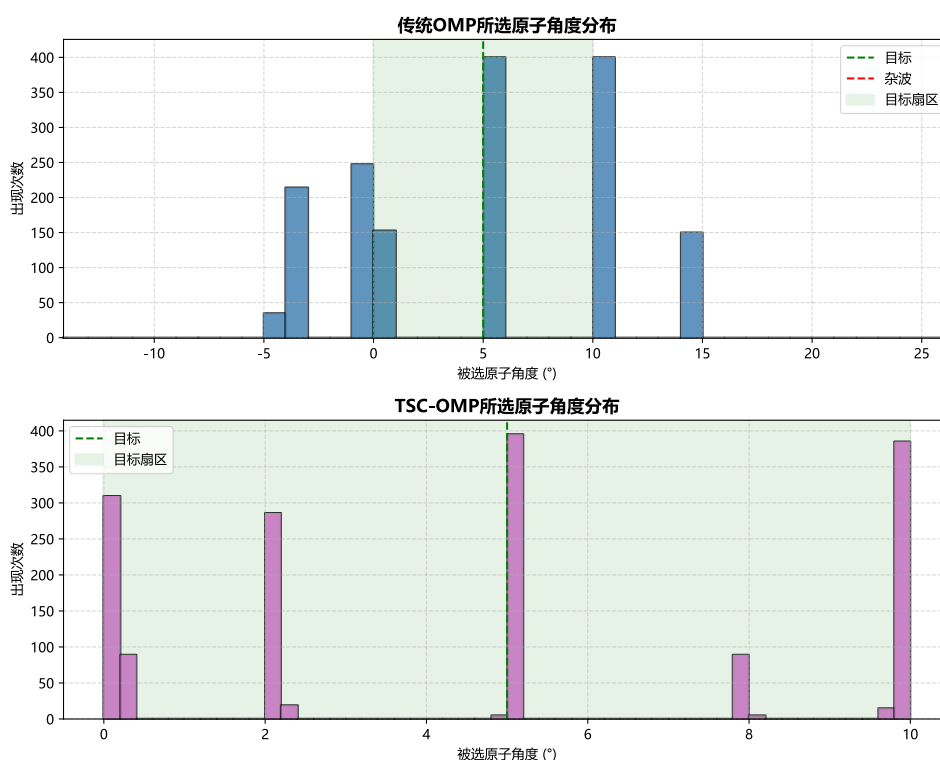


图 4-2 传统 OMP 与 TSC-OMP 所选原子角度分布统计

从图中可以看出，传统 OMP 所选原子虽然主要集中在目标方向附近，但仍有相当数量的原子落在目标扇区之外。这说明在重复实验条件下，传统 OMP 的全空间搜索机制会反复将有限的射频链路自由度分配到目标扇区外的方向上，从而降低模拟矩阵对目标方向的表示效率。而 TSC-OMP 的全部原子分布均严格限制在目标扇区内，原子选择更加集中，且在目标方向附近形成了更稳定的聚集特征。

因此，TSC-OMP 对传统 OMP 的改进并非体现在某一次偶然搜索结果上，而

是在统计意义上显著改变了原子选择分布，也即目标扇区约束缩小了搜索范围，同时从整体上提升了候选原子与目标方向的一致性。

在上述原子分布统计的基础上，进一步定义目标扇区命中率、杂波误选率和扇区外误选率三个指标，对两类算法进行定量比较，结果如图 4-3 所示。

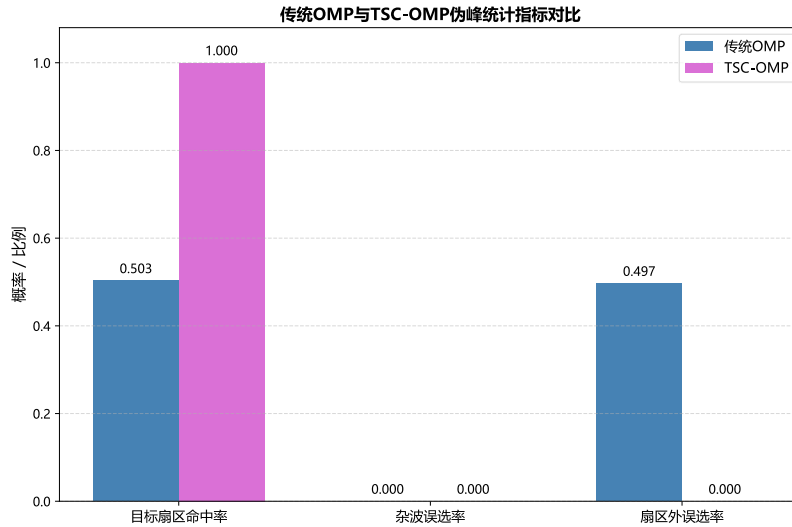


图 4-3 传统 OMP 与 TSC-OMP 伪峰统计指标对比

从图中可以看出，传统 OMP 的目标扇区命中率为 0.503，而扇区外误选率达到 0.497，说明在当前实验参数下，约有一半被选原子落在目标扇区之外。相比之下，TSC-OMP 的目标扇区命中率达到 1，且扇区外误选率降为 0，表明目标扇区约束能够从候选集层面彻底消除扇区外原子误选现象。与此同时，本组实验中两类算法的杂波误选率均为 0，这意味着在当前参数设置下，传统 OMP 的主要问题表现为扇区外误选，而并未直接体现为对杂波邻域原子的显式误选。

综合图 4-1 至图 4-3 可以看出，传统 OMP 的伪峰风险主要来源于全空间候选集中过多无关原子的存在，而 TSC-OMP 通过引入目标扇区先验，将搜索支持集约束在目标可能出现的局部范围内，从而显著提高了原子选择的有效性。

4.5 改进的 TSC-OMP 的仿真结果与分析

在上一节，对 TSC-OMP 的伪峰优化效果进行了验证分析，证明这种改进能够对传统 OMP 的伪峰问题进行改善。在本节，将验证该算法在仿真设定的条件下的有效性。本课题分别在 ULA 与 NULA 两类阵列模型下，对其波束方向图、输出 SINR 以及 DOA 测角 RMSE 进行了仿真分析，并与纯模拟、纯数字、DFT 以及传统 OMP 等方法进行了对比。

4.5.1 波束方向图分析

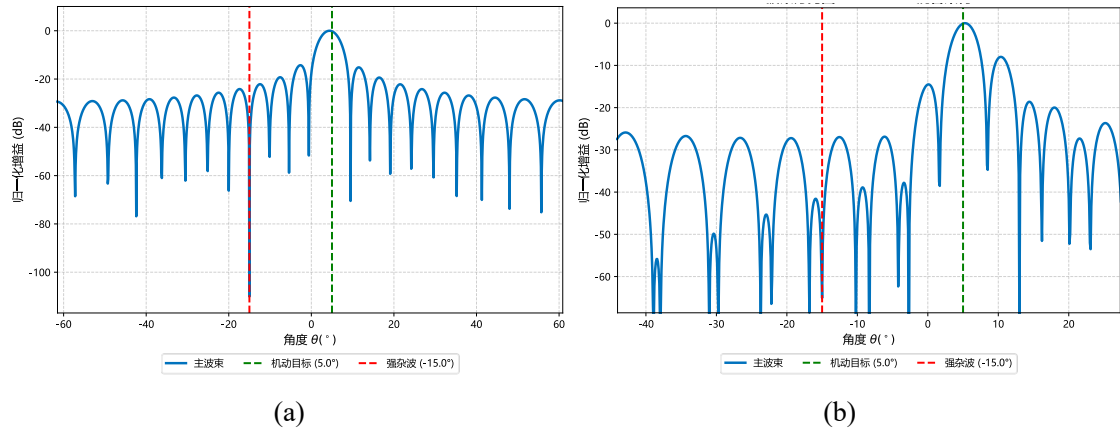


图 4-4 改进的 TSC-OMP 混合波束成形算法的波束方向图

图 4-4(a)(b)分别给出了 TSC-OMP 在 ULA 与 NULA 条件下的波束方向图。可以看出，在两种阵列条件下，TSC-OMP 均能够将主瓣稳定对准目标方向 5° ，同时在强杂波方向 -15° 附近形成明显零陷，说明改进的算法能够有效利用目标扇区约束信息，将有限射频链路主要分配到目标相关方向，并在后续低维数字域处理中实现对强干扰的抑制。

进一步比较图 4-4(a)(b)可以发现，TSC-OMP 在 ULA 条件下形成的强干扰零陷明显更深，而在 NULA 条件下虽然同样能够抑制干扰，但零陷深度和旁瓣规整性均弱于 ULA（ULA 的零陷接近 -110dB ；NULA 的零陷约为 -65dB ），故阵列几何结构会对局部字典约束后的波束响应产生影响。相较于 NULA，ULA 阵列流形更加规则，因此在当前参数设置下更有利于形成深零陷和规则旁瓣；而 NULA 虽然具有更灵活的空间采样特性，但其非均匀结构使得方向图形态更加复杂，零陷深度也更依赖阵元位置分布。

总体而言，方向图结果表明，TSC-OMP 在两类阵列条件下均能实现目标方向能量聚焦和强干扰方向零陷抑制，说明该方法在波束形成层面是有效的。

4.5.2 输出 SINR 分析

图 4-5 和图 4-6 分别给出了 ULA 与 NULA 条件下各类架构的输出 SINR 曲线。其中图 4-5 中 TSC-OMP 的曲线和传统 OMP 曲线几乎紧密贴合。可以看出，在两种阵列模型下，纯数字架构始终作为性能上界，而 TSC-OMP 的输出 SINR 曲线均紧贴纯数字上界，明显优于纯模拟架构，并整体上略优于 DFT 和传统 OMP 架构。

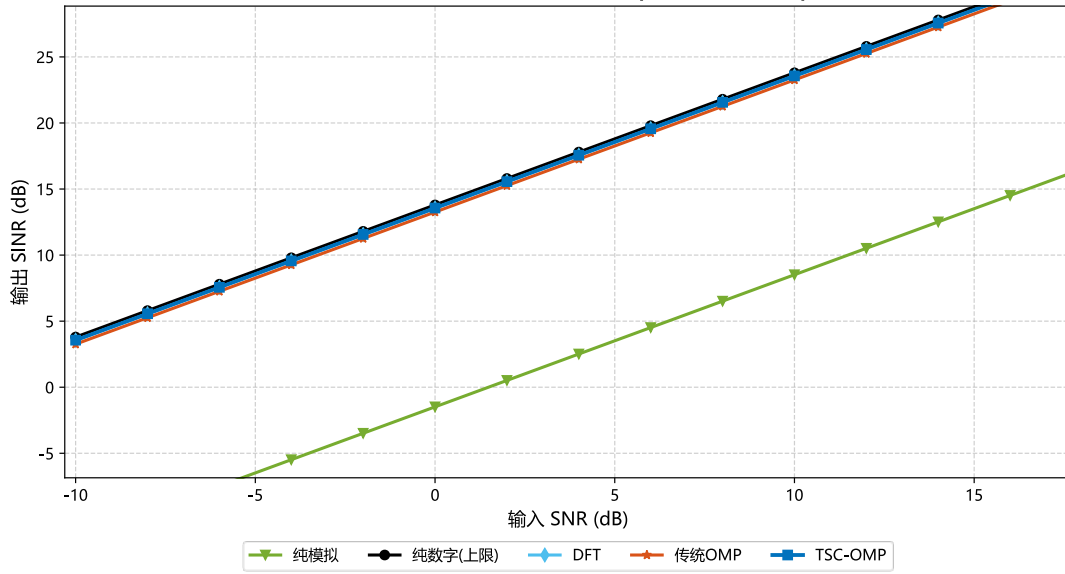


图 4-5 改进的 TSC-OMP 在 ULA 条件下与经典算法的 SINR 对比

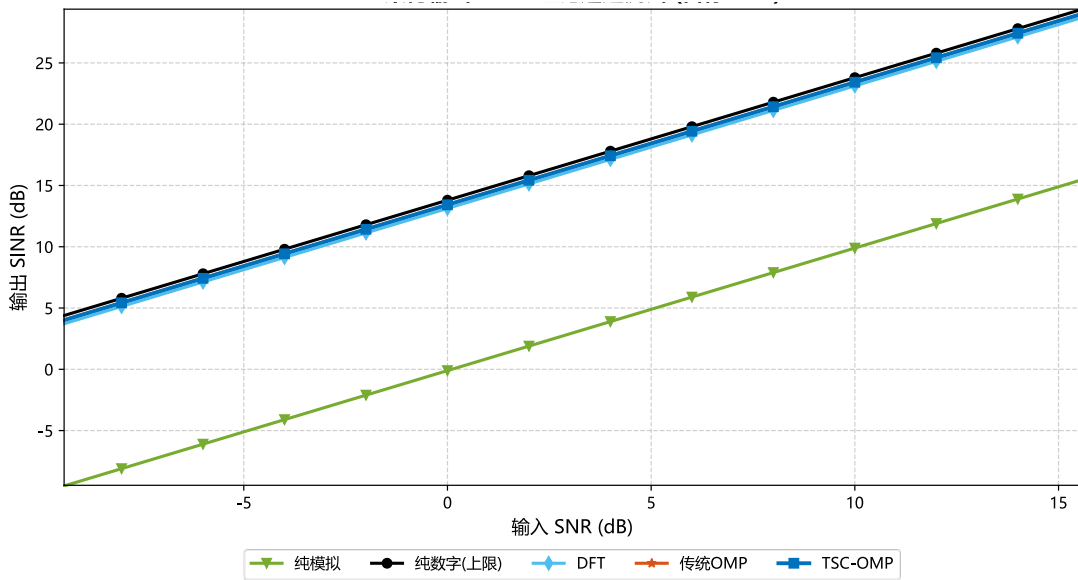


图 4-6 改进的 TSC-OMP 在 NULA 条件下与经典算法的 SINR 对比

可见目标扇区约束的引入改善了模拟射频矩阵的构造质量,使有限 RF 链在模拟域内更加集中地服务于目标附近的有效方向,从而提高了混合波束成形的整体抗干扰性能。同时, TSC-OMP 的主要优势并不在于大幅拉开与传统 OMP 的差距,而在于在有限射频链路条件下,能够更稳定地逼近纯数字架构的输出 SINR 上限。

从 ULA 与 NULA 的对比结果来看, TSC-OMP 在两类阵列模型下均保持了与纯数字上界非常接近的输出 SINR,说明该方法在抗干扰波束形成层面具有一定普适性,并不依赖于单一的均匀线阵模型。

4.5.3 测角 RMSE 分析

图 4-7 和图 4-8 分别给出了 ULA 与 NULA 条件下各类架构的 DOA 测角 RMSE 曲线。

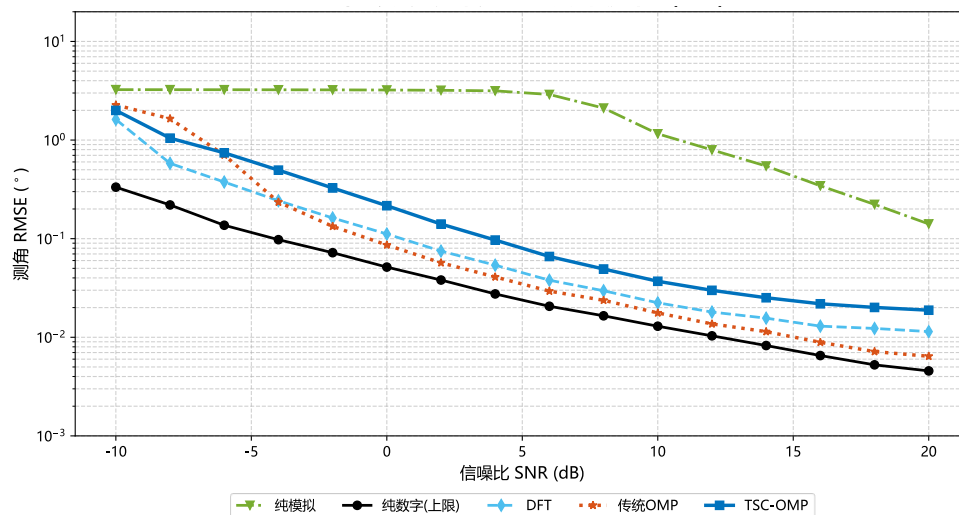


图 4-7 在 ULA 条件下各算法的 DOA 测角 RMSE 对比

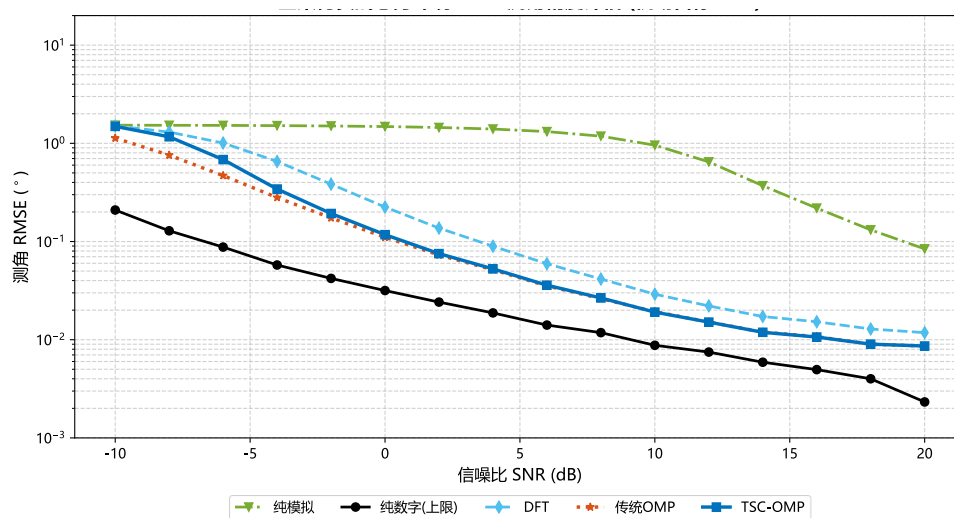


图 4-8 在 NULA 条件下各算法的 DOA 测角 RMSE 对比

可以看出，纯数字架构始终具有最优测角精度，而纯模拟架构测角精度最差，混合架构的性能则介于两者之间，并且随着 SNR 提高均呈现逐步改善趋势。

从图中还可以看出，TSC-OMP 在测角精度上的表现与其在波束方向图和输出 SINR 上的优势并不完全一致。具体而言，在 ULA 条件下，传统 OMP 的 RMSE 明显低于 TSC-OMP，且在大部分 SNR 区间内，DFT 的测角精度也优于 TSC-OMP；在 NULA 条件下，TSC-OMP 整体优于 DFT，但在低信噪比条件下未超过传统 OMP。

随着信噪比的提高，其测角精度逐渐与传统 OMP 几乎一致。也就是说，当前结果表明 TSC-OMP 在测角精度方面尚未表现出对传统 OMP 的一致性优势。

因此，虽然局部字典约束能够减少无效搜索并抑制强干扰伪峰，但同时也会压缩模拟矩阵的角域表示范围，从而在一定程度上降低对细微角偏移或离网格误差的表征能力。故 TSC-OMP 在抗干扰波束形成上的改进是有效的，且性能更优，但在测角精度最优这一指标上仍存在进一步改进空间。

4.5.4 综合分析

为了更直观地对比 TSC-OMP 和其他算法在波束方向图上的对比，图 4-9 和图 4-10 分别给出了在 ULA 和 NULA 的条件下所有算法的波束方向图。

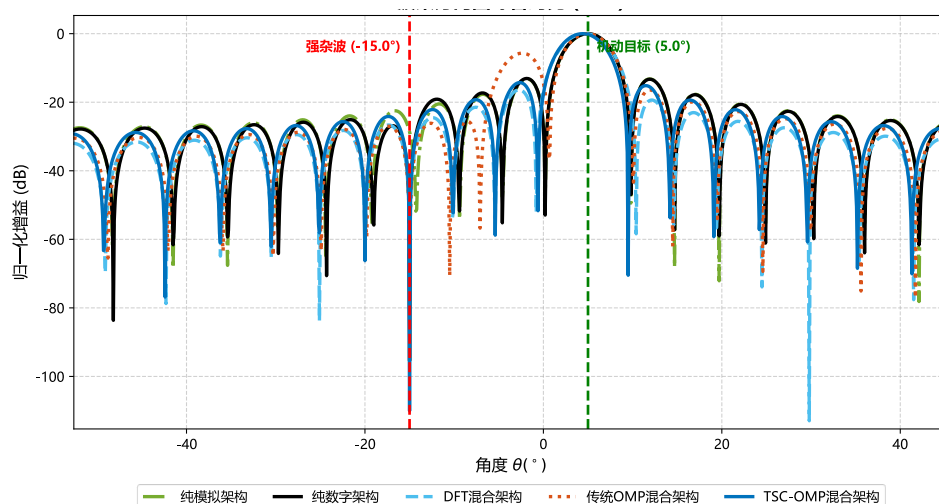


图 4-9 各波束成形算法在 ULA 下的波束方向图对比

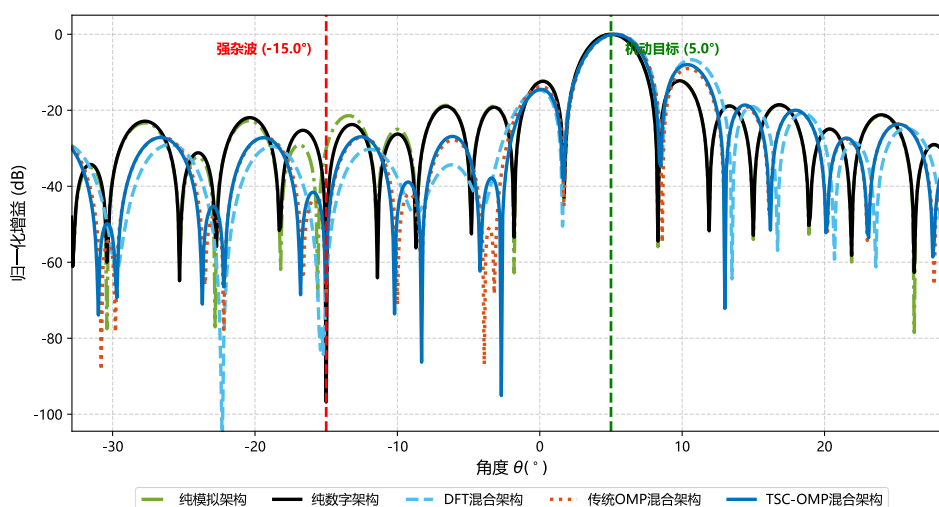


图 4-10 各波束成形算法在 NULA 下的波束方向图对比

综合上述结果可以得出以下结论：TSC-OMP 在 ULA 与 NULA 条件下均能够实现准确的目标方向波束对准，并在强干扰方向形成明显零陷，说明其波束形成机制是有效的；在输出 SINR 指标上，TSC-OMP 能够稳定逼近纯数字架构上界，整体优于纯模拟，并略优于 DFT 和传统 OMP，说明目标扇区约束对抗干扰输出性能具有积极作用；在测角 RMSE 指标上，TSC-OMP 并未表现出对传统 OMP 的一致性优势，表明局部字典约束虽然有利于射频链路分配和波束抗干扰优化，但也可牺牲部分角域表示灵活性。

因此，可以认为 TSC-OMP 当前更适合作为一种面向强干扰环境的混合波束优化算法。其主要贡献在于改善模拟矩阵构造质量并提高输出 SINR，而其测角性能仍有待进一步增强。

4.6 本章小结

本章围绕传统 OMP 混合波束成形算法在强干扰环境下全空间盲搜易受伪峰影响的问题，提出了基于目标扇区约束的 TSC-OMP 波束优化算法。该方法在保持 OMP 贪婪搜索框架不变的基础上，引入目标粗先验信息，将全空间过完备字典压缩为目标扇区内的局部字典，从而减少冗余搜索维度，提高有限射频链路对目标相关方向的分配效率。同时，本章从先验宽波束构造、局部字典建立、贪婪搜索和低维数字基带求解四个环节，系统给出了 TSC-OMP 的数学原理与代码实现流程。

在伪峰机理分析部分，本章从理论上说明了传统 OMP 由于采用全空间字典和最大相关性原子选择准则，在弱目标、强干扰和有限快拍条件下更容易出现扇区外伪峰误选；同时，通过第一步投影谱对比、原子角度分布统计以及命中率/误选率指标分析，验证了 TSC-OMP 通过目标扇区约束能够有效抑制传统 OMP 的扇区外误选现象。结果表明，TSC-OMP 对传统 OMP 的改进并非仅体现在经验性调参上，而是从候选集约束层面增强了搜索过程的针对性。

从整体仿真结果来看，在 ULA 与 NULA 两类阵列条件下，TSC-OMP 均能够将主瓣较稳定地对准目标方向，并在强杂波方向形成明显零陷；在输出 SINR 指标上，目标扇区约束能够有效提升混合波束成形的抗干扰能力。与此同时，也应看到 TSC-OMP 在测角 RMSE 指标上的优势并不稳定，在当前仿真条件下尚未表现出对传统 OMP 的一致性超越。因此，可以认为 TSC-OMP 更适合作为一种面向强干扰环境的混合波束优化算法，其主要改进体现在波束指向控制和输出 SINR 提升方面，而在极低信噪比条件下的测角鲁棒性与数值稳定性方面仍有进一步优化空间。这也为下一章开展鲁棒性提升与复杂度分析奠定了基础。

第五章 算法的鲁棒性、局限性与系统的复杂度分析

第四章已经表明,基于目标扇区约束的 TSC-OMP 算法能够有效抑制传统 OMP 在全空间盲搜条件下的扇区外误选问题,并在 ULA 与 NULA 两类阵列条件下实现较稳定的目标方向聚焦和较优的输出 SINR 表现。然而,从第四章的 RMSE 结果来看, TSC-OMP 在低信噪比和有限快拍条件下的测角精度仍存在一定波动,其根本原因在于混合降维后的低维协方差矩阵更容易受到样本估计误差和噪声扰动影响,进而导致矩阵求逆过程数值不稳定。

不过,这一问题已经在仿真环节中通过对角加载进行了初步处理。无论是 ULA 还是 NULA 的分扇区 RMSE 测试脚本,均在波束域协方差矩阵求逆前加入了与矩阵迹相关的 0.05 比例加载项,用于抑制低信噪比下的数值发散和谱峰抖动。因此,本章的鲁棒性提升是对现有算法实现中稳健化思想的系统提炼和理论化总结。

另一方面, TSC-OMP 作为一种面向大规模阵列混合波束成形的改进算法,除了需要关注输出性能外,还必须兼顾复杂度与工程实现代价。基于上述背景,本章将围绕两个方面展开。首先,从低信噪比和有限快拍条件下低维协方差矩阵病态的角度出发,分析 TSC-OMP 的数值不稳定机理,并引入基于 Tikhonov 正则化思想的对角加载策略,讨论其对输出 SINR、测角 RMSE 以及低维协方差矩阵条件数的影响;其次,结合复杂度分析和敏感性分析,对波束成形架构的理论复杂度、软件运行耗时和主要局限性进行系统总结。

5.1 基于对角加载的鲁棒性提升原理

5.1.1 低维协方差矩阵的病态性

在混合波束成形框架中,模拟射频矩阵首先将高维阵列信号投影到低维子空间中,再在低维数字域完成权值求解。设模拟矩阵为 $\mathbf{W}_{RF}$, 接收协方差矩阵估计为 $\hat{\mathbf{R}}$, 则低维等效协方差矩阵可写为

$$\mathbf{R}_{eff} = \mathbf{W}_{RF}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{W}_{RF} \quad (5-1)$$

当快拍数有限、输入信噪比较低或者强干扰存在时, $\hat{\mathbf{R}}$ 与真实协方差矩阵之间会存在明显偏差,在低维投影后会进一步放大,使 $\mathbf{R}_{eff}$ 更容易接近病态矩阵。若直接求逆,则会导致数字基带权值对噪声与样本扰动高度敏感,最终表现为低 SNR 区间 SINR 波动、测角谱峰扩散以及 RMSE 偏大等问题。类似的现象在鲁棒 Capon/MVDR 波束形成研究中已经有较充分讨论:当导向矢量存在误差或样本协

方差矩阵失配时，直接的 Capon/MVDR 解容易失稳，而对角加载是缓解这一问题的经典手段^[34]。

5.1.2 对角加载策略

为改善上述问题，本课题使用基于 Tikhonov 正则化思想的对角加载策略，即在低维协方差矩阵上叠加与单位阵成比例的加载项

$$\tilde{\mathbf{R}}_{eff} = \mathbf{R}_{eff} + \gamma \mathbf{I} \quad (5-2)$$

其中 $\gamma > 0$ ，为加载系数。若采用与矩阵平均能量相关的自适应形式，则有

$$\gamma = \alpha \frac{\text{tr}(\mathbf{R}_{eff})}{N_{RF}} \quad (5-3)$$

$\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹， α 为经验比例因子。

这一处理通过对低维矩阵的小特征值进行适度抬升，减弱噪声在逆运算中的放大效应，从而提升数值稳定性。在自适应对角线加载波束形成算法中也指出，对角加载能够减弱小特征值对应噪声分量的影响，改善方向图畸变，并在少快拍和不同信噪比条件下提高鲁棒性^[35]。因此，对角加载本质上是在增强采样协方差矩阵求逆的稳定性。

5.1.3 鲁棒数字基带权值求解

在引入对角加载后，低维数字基带权值更新为

$$\mathbf{w}_{BB}^{rob} = \frac{\tilde{\mathbf{R}}_{eff}^{-1} \mathbf{a}_{eff}}{\mathbf{a}_{eff}^H \tilde{\mathbf{R}}_{eff}^{-1} \mathbf{a}_{eff}} \quad (5-4)$$

其中， $\mathbf{a}_{eff} = \mathbf{W}_{RF}^H \mathbf{a}(\theta_0)$ 为低维等效导向矢量。最终鲁棒混合波束权向量可写为

$$\mathbf{w}_{rob} = \frac{\mathbf{W}_{RF} \mathbf{w}_{BB}^{rob}}{\|\mathbf{W}_{RF} \mathbf{w}_{BB}^{rob}\|_2} \quad (5-5)$$

本章的鲁棒性改进与第四章的 TSC-OMP 不冲突，而是建立在其基础之上的进一步增强。第四章解决的是全空间盲搜导致的伪峰误选问题，第五章解决的是低维矩阵病态导致的数值不稳定问题，两者分别对应于搜索支持集优化与低维求逆稳健化两个层面。

现将鲁棒 TSC-OMP 算法的步骤总结在表 5-1 中。

表 5-1 鲁棒 TSC-OMP 算法的实现步骤

算法步骤	数学表达	说明
步骤 1:	构造目标扇区局部字典 $\mathbf{A}_{TSC}$	$[\theta_{prior} - \Delta, \theta_{prior} + \Delta]$ 内以 0.1° 步长建字典
步骤 2:	基于局部字典执行 OMP 贪婪搜索	得到模拟矩阵 $\mathbf{W}_{RF}$
步骤 3:	计算低维协方差矩阵 $\mathbf{R}_{eff}$	进行模拟降维
步骤 4:	引入对角加载 $\tilde{\mathbf{R}}_{eff} = \mathbf{R}_{eff} + \gamma \mathbf{I}$	提高数值稳定性
步骤 5:	按鲁棒 MVDR 形式求数字基带权值	得到 $\mathbf{w}_{BB}^{rob}$
步骤 6:	构造最终混合权向量 $\mathbf{w}_{rob}$	完成鲁棒化 TSC-OMP

5.2 改进的 TSC-OMP 算法的鲁棒性仿真结果分析

5.2.1 机动目标条件下的基础鲁棒性验证

为验证算法在目标机动条件下的鲁棒性,表 2-1 已经给出了目标出现的角度在 $0^\circ \sim 40^\circ$ 。图 5-1 和图 5-2 已经完成了目标机动场景下的基础鲁棒性验证。

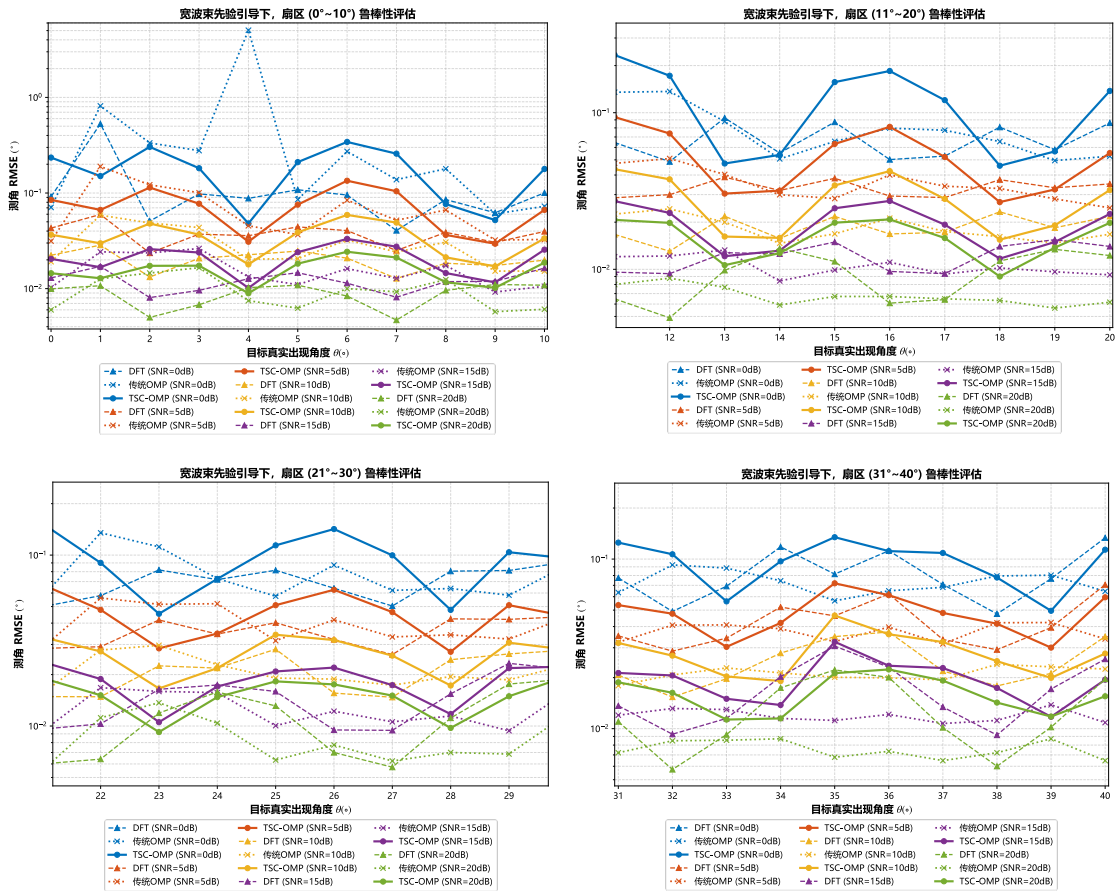


图 5-1 目标机动场景在 ULA 条件下各算法的表现

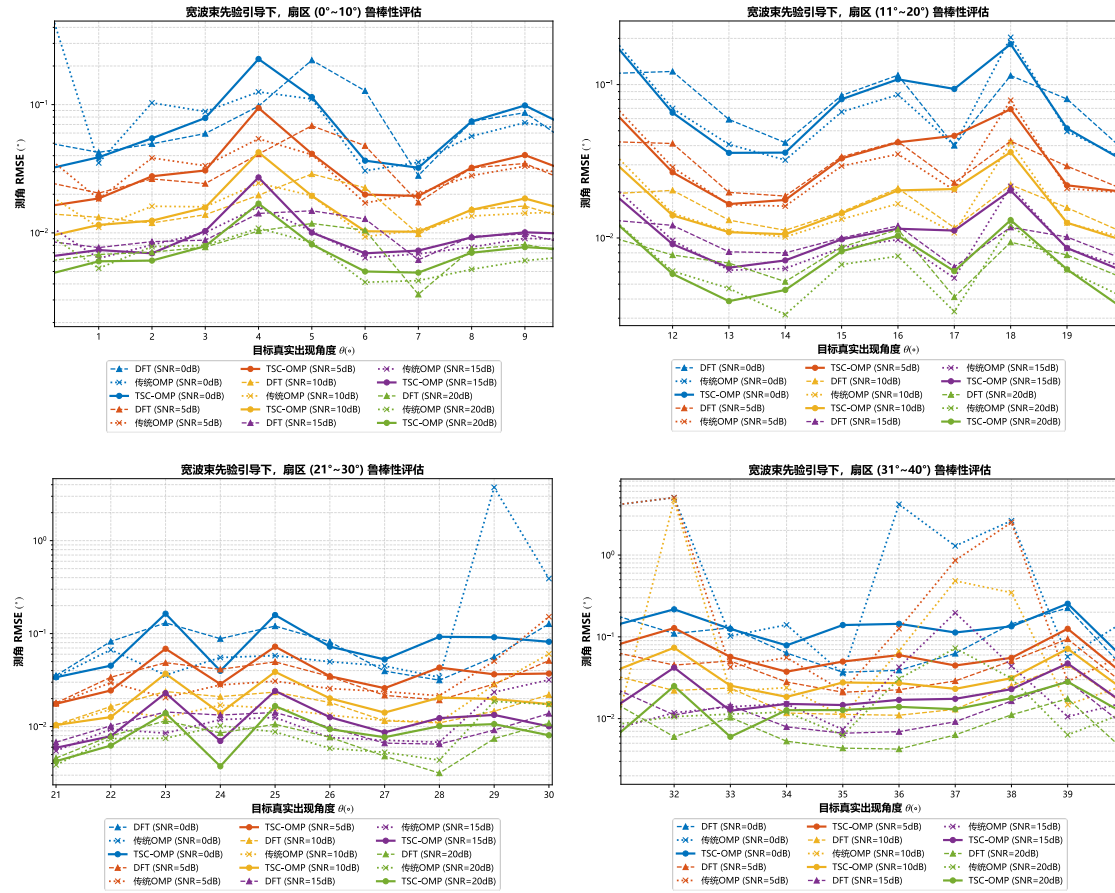


图 5-2 目标机动场景在 NULA 条件下各算法的表现

图 5-1 给出了 ULA 条件下, 四个目标扇区内不同算法的 RMSE 对比结果。总体来看, 随着输入信噪比由 0dB 提高到 20dB, 三类算法的 RMSE 均呈现出整体下降趋势, 说明在 ULA 条件下, 信噪比提升能够明显改善测角精度。从各扇区结果可以看出, TSC-OMP 在大多数角度点上都表现出较好的稳定性。

图 5-2 给出了 NULA 条件下四个目标扇区内的 RMSE 对比结果。与 ULA 条件相比, NULA 条件下各算法曲线整体波动更明显, 尤其是在低信噪比和较大角度扇区条件下, 传统 OMP 的 RMSE 曲线出现了更显著的突变点和异常峰值。这说明在非均匀阵列条件下, 由于阵列流形结构更加复杂, 传统 OMP 的全空间搜索机制更容易受到局部伪峰和低维数值不稳定的影响。

综合图 5-1 和图 5-2 可以看出, TSC-OMP 在 ULA 与 NULA 两类阵列模型下均表现出较好的机动目标测角鲁棒性。对于 ULA, TSC-OMP 的优势主要体现为误差曲线更平滑、整体 RMSE 更低; 对于 NULA, 其优势则主要体现为对低信噪比异常峰值的抑制作用更加明显。尤其是在较远离初始中心的扇区中, 传统 OMP 的低信噪比 RMSE 更容易出现突变, 而 TSC-OMP 仍能维持相对稳定的误差水平。

这说明目标扇区约束与低维对角加载相结合后，能够在不同阵列模型和不同目标机动范围内提升算法的整体鲁棒性。

这一部分结果说明，即使目标在较大角域内机动，经过基础对角加载处理后，TSC-OMP 仍能够在不同扇区下保持相对稳定的工作状态，测角性能不会随着扇区切换而出现明显失控。对角加载更主要的作用是增强低维逆问题的稳定性，而不是改变算法在高信噪比区间的最优性能。

5.2.2 不同加载系数下的显式鲁棒性分析

图 5-3 给出了 ULA 与 NULA 条件下，不同对角加载系数对应的 TSC-OMP 波束方向图。可以看出，在 $\alpha=0\sim0.10$ 的范围内，主瓣始终稳定指向目标方向 5° 附近，强杂波方向 -15° 附近仍保持明显抑制，说明对角加载并不会改变 TSC-OMP 在模拟域形成的主波束结构。因此，对角加载的主要作用并不在于重新设计方向图，而在于改善后续低维数字域求逆的数值稳定性。

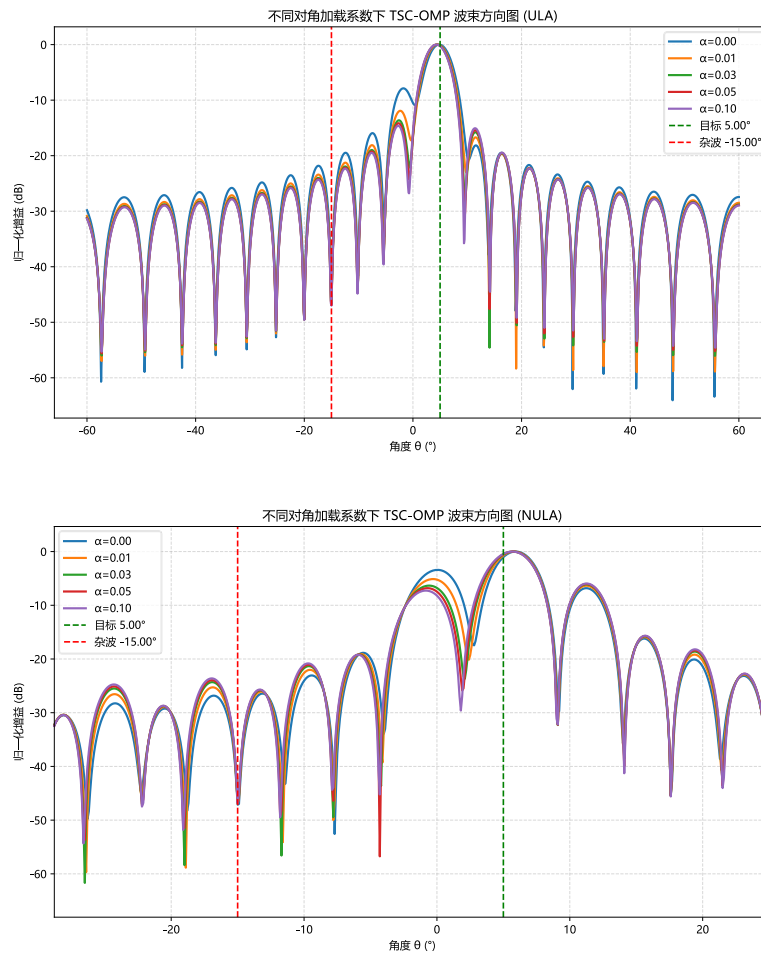


图 5-3 对角加载系数与波束方向图的关系

图 5-4 给出了不同对角加载系数下 TSC-OMP 的输出 SINR 曲线。可以看出，在 ULA 与 NULA 两类阵列条件下，加入对角加载后，输出 SINR 均明显高于不加载情形，说明加载策略能够有效改善低维协方差矩阵求逆的稳定性，从而增强波束形成的抗干扰输出能力。随着加载系数增大，输出 SINR 总体上呈现上升趋势，尤其在中高信噪比区间更为明显。这表明适度加载能够减弱低维矩阵病态对权值求解的影响。虽然较大的加载系数有利于提升输出 SINR，但并不意味着其在测角精度指标上同样最优，因此还需结合 RMSE 曲线综合判断。

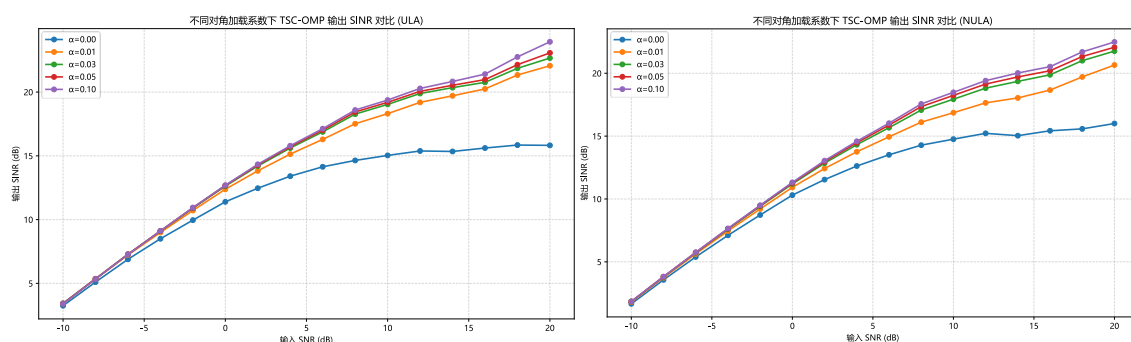


图 5-4 对角加载系数与 SINR 的关系

图 5-5 给出了不同对角加载系数下的测角 RMSE 曲线。与输出 SINR 图不同 RMSE 结果表明加载系数并非越大越好。对于 ULA 和 NULA 两类阵列，过大的加载系数会使 RMSE 明显增大，尤其当 $\alpha=0.1$ 时，这种退化更加明显。因为对角加载虽然抑制了小特征值方向上的噪声放大，但同时也改变了低维协方差矩阵的等效结构，进而对谱峰位置估计引入额外偏差。因此，对角加载带来是稳定性增强与测角精度损失之间的折中。

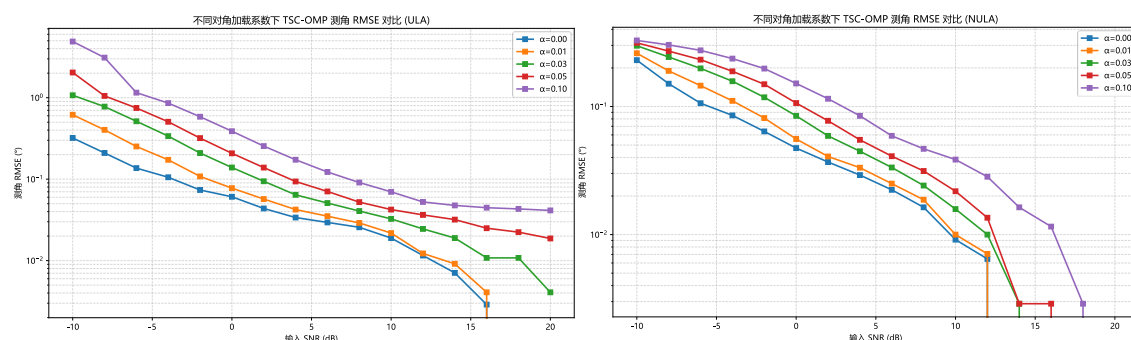


图 5-5 对角加载系数与测角 RMSE 的关系

综上，对角加载的主要作用在于改善低维求逆过程的数值稳定性，并提高输出 SINR 的鲁棒性，但其代价是过大加载会导致测角精度下降。因此，在本课题所设

参数下, $\alpha=0.03\sim0.05$ 可作为较合适的经验选择范围。

同时, 根据上述的分析还可得出, 对角加载的主要作用是提升数值稳定性, 而不是重新设计模拟波束。因此, 对角加载策略的贡献更偏向于稳定性增强, 而不是重新定义最优波束图形。

5.2.3 固定目标下基于正则化 OMP 的鲁棒性验证

为了进一步验证正则化策略在极低信噪比条件下的有效性, 本文补充设计了基于标准 TSC-OMP 与正则化 TSC-OMP 的对比实验。与 5.2.1 节机动目标鲁棒性测试不同, 本实验固定目标方向为 5° 附近, 重点考察输入信噪比在 $-15\sim5\text{dB}$ 区间内两类方法的测角 RMSE 变化。实验同时在 ULA 与 NULA 两类阵列模型下开展, 以比较正则化策略对不同阵列结构的影响。

在仿真中, 标准 TSC-OMP 采用常规 OMP 射频矩阵提取方式, 而正则化 TSC-OMP 在 OMP 重构过程中引入 Tikhonov 型正则项, 即在基带等效求解中加入 $\lambda \mathbf{I}$ 项, 以增强低信噪比条件下求逆过程的数值稳定性。与此同时, 在后续波束域 MUSIC/Capon 测角阶段, 仍统一加入同式(5-3)中 $0.05\text{tr}(\mathbf{R})/N_{RF}$ 的对角加载。

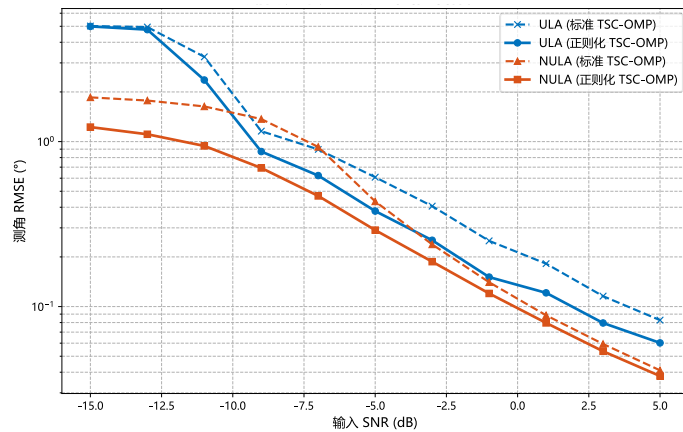


图 5-6 低信噪比环境下正则化策略的鲁棒性验证

从图 5-6 可以看出, 在 ULA 与 NULA 两类阵列条件下, 正则化 TSC-OMP 的 RMSE 曲线整体均低于标准 TSC-OMP, 说明在低信噪比区间内, 引入正则化项后能够有效抑制 OMP 重构和低维求逆过程中的数值不稳定性, 从而提高测角精度。对于 ULA, 正则化策略在 $-15\sim-5\text{dB}$ 区间内的改善较为明显, 随着 SNR 逐渐升高, 两条曲线之间的差距逐步缩小; 对于 NULA, 由于阵列流形更复杂、低维矩阵病态性更强, 正则化策略带来的改进更为稳定, 说明其稳健化作用在非均匀阵列条件下更具意义。该结果与前文对角加载和条件数分析的结论相一致, 即正则化策略的主要作用并不在于提高高信噪比条件下的理论上限, 而在于改善低信噪比和有

限快拍背景下的数值稳定性。

5.3 改进的 TSC-OMP 算法的局限性分析

5.3.1 对先验信息的依赖

对于改进算法的局限性分析，首先比较不同先验角误差条件下五类方法的 RMSE 曲线，并进一步单独给出了 TSC-OMP 在 ULA 与 NULA 条件下的先验误差敏感性对照结果。

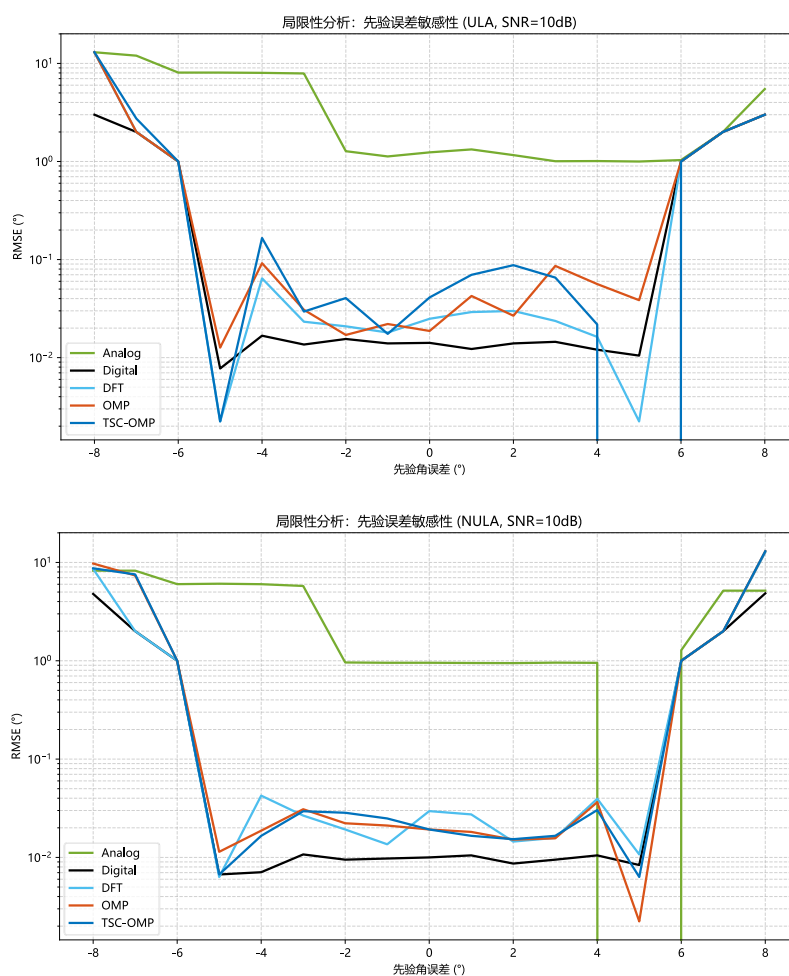


图 5-7 先验误差敏感性对比

从图 5-7 可以看出，TSC-OMP 的性能与目标先验信息密切相关。在先验误差较小的情况下，TSC-OMP 仍能保持较低 RMSE；但随着先验误差增大，尤其当真实目标逐渐偏离预设波门中心时，RMSE 会迅速上升。因此，TSC-OMP 的核心优势来源于目标扇区约束，而一旦先验信息不准确，局部字典与真实目标方向之间的匹配关系就会被削弱，从而导致性能下降。相比之下，NULA 条件下的曲线波动通

常更明显,说明在阵列流形更复杂的条件下,先验误差带来的影响更突出。因此,TSC-OMP 在正常条件下具有较好的性能和复杂度折中,但其适用前提之一是必须获得较为可靠的粗先验信息。

5.3.2 对波门宽度的敏感性

同时,在局限性分析中,还进一步比较了不同波门半宽条件下各类方法的 RMSE 表现。图 5-8 的结果表明,波门宽度并不是越大越好,也不是越小越好,而是在搜索聚焦性和目标覆盖能力之间存在明显折中。若波门过窄,真实目标可能落在扇区边缘甚至扇区外,从而削弱 TSC-OMP 的有效性;若波门过宽,则会扩大候选搜索空间,使算法重新接近传统 OMP 的全空间搜索特征。

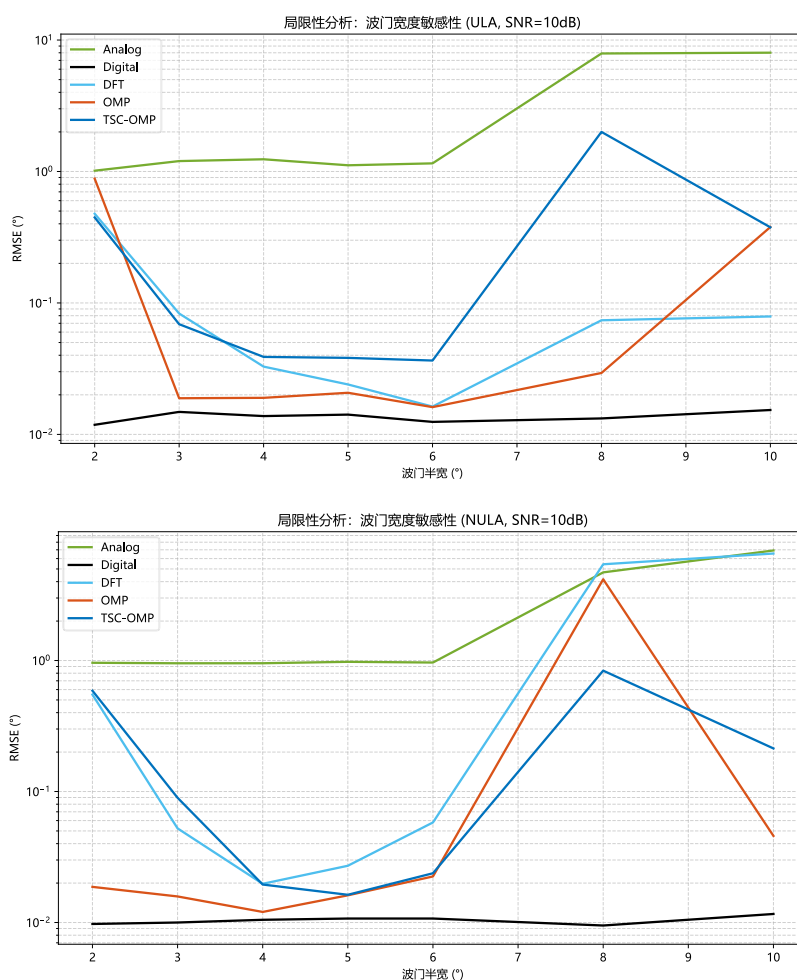


图 5-8 波门宽度敏感性对比

5.3.3 强干扰逼近时的性能退化

局限性分析中同时比较了当强杂波逐渐逼近目标方向时各方法的 RMSE 变化

趋势。通过改变杂波角度，使目标-杂波角距逐步减小，从而考察不同方法在近角距强干扰背景下的表现。

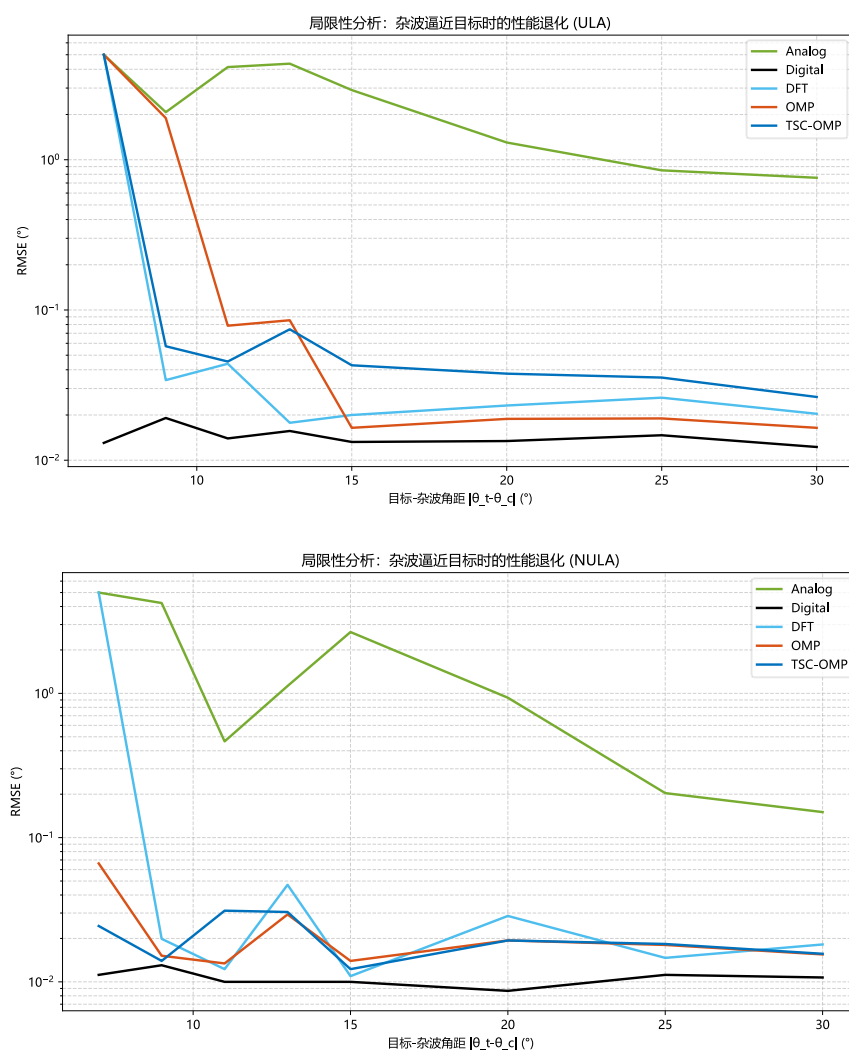


图 5-9 目标-干扰的间距导致的性能退化程度对比

从图 5-9 可以看出，随着目标—杂波角距减小，TSC-OMP 的 RMSE 会明显升高，说明目标扇区约束可以有效抑制远离目标方向的扇区外误选，但当强干扰逐渐逼近目标方向时，目标与干扰在局部角域中的可分性仍会迅速下降。这一现象在 NULA 条件下通常更加明显，进一步说明阵列几何复杂性会放大低维估计的不稳定性。因此，TSC-OMP 当前更适用于目标与主要干扰在角域上具有一定分离度的场景，而对于极近角距强干扰问题，仍需进一步结合更强的子空间分离或联合优化策略进行改进。

5.4 系统复杂度分析

从算法结构上看，五类架构的主要复杂度来源可以概括如下：纯模拟架构仅需构造目标方向的方向向量，复杂度最低；纯数字 MVDR 需要构造全维协方差矩阵并完成高维逆矩阵求解，复杂度最高；DFT 混合架构通过固定码本构造模拟矩阵，再进行低维求逆；传统 OMP 需要在全空间字典上执行多轮贪婪搜索；TSC-OMP 则在目标扇区局部字典上执行相同的贪婪搜索过程。因此，传统 OMP 与 TSC-OMP 的本质差异主要体现在字典规模上，而非搜索机制本身。

为了进一步从工程实现角度评价各类方法的复杂度，本课题使用 Python 中对五类架构的平均运行时间进行了统计分析，如图 5-7 所示。

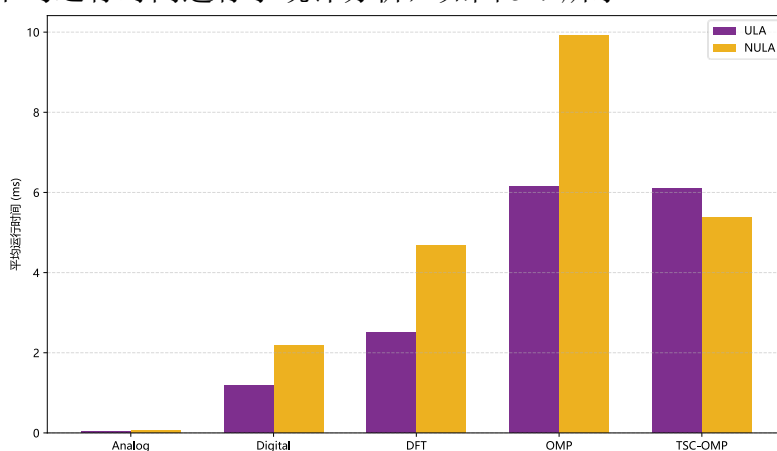


图 5-10 在 24 阵元不同架构下不同算法的运行时间对比

从图 5-10 可以看出，纯模拟架构的运行时间最低，硬件结构和算法求解均最为简单；纯数字架构虽然性能较高，但由于需要全维矩阵求逆，其运行时间已明显高于纯模拟；DFT 架构由于采用固定码本构造模拟矩阵，因此运行时间低于两类 OMP 架构；传统 OMP 的运行时间最高，在 NULA 条件下最为明显，因为该算法需要在全空间字典上执行贪婪搜索有关；TSC-OMP 由于通过目标扇区约束显著缩小了候选字典规模，因此运行时间低于传统 OMP，且在 NULA 条件下更加明显。

然而，TSC-OMP 的运行时间确实低于传统 OMP，却仍高于 DFT 和纯数字架构，其复杂度改善主要体现在相对于 OMP 搜索框架的优化，而不是对所有架构都具有最低计算代价。

5.5 本章小结

本章围绕 TSC-OMP 在低信噪比和有限快拍条件下的数值稳定性问题，进一步引入了基于 Tikhonov 正则化思想的对角加载与正则化策略，并对其鲁棒性提升效

果进行了系统分析。结果表明, 机动目标测试说明 TSC-OMP 在 ULA 与 NULA 两类阵列条件下均能够保持较好的基础鲁棒性; 显式加载系数分析进一步表明, 对角加载能够显著改善低维协方差矩阵条件数并提升输出 SINR 的稳定性, 但加载过大也会带来测角精度损失, 因此加载系数存在合理折中; 固定角度低信噪比正则化算法改进则进一步证明, 在极低信噪比背景下, 引入正则化后 TSC-OMP 的 RMSE 可得到进一步压低, 且在 NULA 条件下这一改进更加明显。

在复杂度和局限性分析方面, 本章对纯模拟、纯数字、DFT、传统 OMP 和 TSC-OMP 五类架构进行了统一比较。结果说明, TSC-OMP 在保持 OMP 贪婪搜索框架不变的前提下, 通过目标扇区局部字典有效降低了搜索规模, 因此具有低于传统 OMP 的软件运行时间; 但其复杂度仍高于 DFT 和纯数字架构, 因此 TSC-OMP 的改进属于在 OMP 框架内部实现复杂度优化。与此同时, 从先验误差、波门宽度和目标-杂波角距三方面的局限性分析可以看出, TSC-OMP 的性能仍依赖于较准确的粗先验信息、合理的波门宽度选择以及目标与干扰之间足够的角域分离度。

总体来看, TSC-OMP 通过目标扇区约束与对角加载、正则化稳健化的组合策略, 已经能够在有限 RF 链条件下兼顾较好的抗干扰性能、适中的计算复杂度和一定程度的鲁棒性提升, 但在一些更复杂的情况下, 比如目标和干扰距离过近的情况下, 还有待进一步改进。

第六章 总结与展望

6.1 全文总结

本文围绕大规模阵列 MIMO 系统中的数模混合波束成形优化问题展开研究，结合毫米波通信场景下的阵列信号处理特点，以提高目标方向增益、抑制强干扰、改善混合架构测角性能为目标，系统完成了阵列建模、经典算法复现、改进算法设计、鲁棒性分析与复杂度评估等工作。全文的主要研究内容与结论可归纳如下。

首先，本文建立了面向大规模阵列 MIMO 系统的分析模型，给出了混合波束成形问题的基本描述。针对毫米波大规模阵列通信中射频链路数受限、硬件实现复杂度高的问题，本文从系统结构入手，分析了纯模拟、纯数字以及数模混合三类波束成形架构的基本特点，并在此基础上构建了 ULA 与 NULA 两类阵列模型，为后续算法比较提供了统一的系统平台。

其次，本文对典型波束成形方法进行了复现与对比分析。针对传统基线方法，分别实现了纯模拟波束成形、纯数字 MVDR 波束成形、基于 DFT 码本的混合波束成形以及基于传统 OMP 的混合波束成形。仿真结果表明：纯数字架构在性能上具有较高上界，但硬件代价较大；纯模拟架构实现简单，但波束调控能力有限；DFT 混合架构结构规整、实现方便，但对目标方向的适应性不足；传统 OMP 虽能在一定程度上逼近数字最优权值，但在全空间字典搜索条件下容易受到伪峰和非目标扇区原子的干扰，导致射频矩阵构造结果不稳定。

再次，针对传统 OMP 在全空间搜索中存在的伪峰问题，本文提出了一种目标扇区约束正交匹配追踪（TSC-OMP, Target Sector Constrained Orthogonal Matching Pursuit）算法。该方法以目标先验方向为中心构造宽波束先验，并将 OMP 的候选字典限制在目标可能出现的扇区范围内，从而减少全空间搜索带来的非目标原子误选问题。理论分析与仿真实验均表明，该方法能够有效抑制伪峰影响，提高射频矩阵构造的针对性，使混合波束形成结果更加聚焦于目标方向。在 ULA 与 NULA 场景下的方向图对比结果表明，TSC-OMP 相较传统 OMP 能够获得更好的目标主瓣保持能力与更稳定的干扰抑制效果；在测角性能方面，TSC-OMP 在多数信噪比条件下表现出更低的 RMSE，说明其在混合波束成形场景下具有较好的综合性能。

进一步地，本文针对低信噪比条件下协方差矩阵估计误差增大的问题，对 TSC-OMP 进行了鲁棒性增强分析。通过引入对角加载与正则化策略，改善了低快拍数、低信噪比条件下混合波束成形过程中协方差矩阵求逆的稳定性。实验结果表

明, 经过正则化处理后, 改进算法在低信噪比条件下的测角误差有所下降, 说明该策略能够在一定程度上缓解噪声放大和数值不稳定问题, 提高算法的鲁棒性。

最后, 本文从系统实现代价出发, 对各类算法进行了复杂度分析。结果表明, 纯数字方法虽然性能较优, 但计算复杂度和硬件实现成本均较高; 传统 OMP 由于需要在全空间字典中迭代搜索, 其搜索复杂度较大; 而 TSC-OMP 通过引入目标扇区约束, 显著缩小了字典搜索范围, 因此在保持较好性能的同时降低了计算负担。

尽管本文围绕大规模阵列 MIMO 系统中的混合波束成形优化问题, 完成了系统建模、经典算法复现、TSC-OMP 改进算法设计、鲁棒性增强分析以及复杂度比较等工作, 并取得了一定的实验结果, 但从更严格的研究角度来看, 本文仍存在以下不足之处。

首先, 本文的研究场景仍相对理想化。全文主要围绕单目标、单强干扰、窄带条件下的混合波束成形问题展开, 虽然这一设置有利于突出 TSC-OMP 的核心改进思想, 但与实际毫米波大规模阵列系统中常见的多目标、多干扰、多径传播以及时变信道等复杂场景相比, 仍存在一定差距。因此, 本文的实验结论更适合作为方法有效性的初步验证, 而不能简单地推广到所有复杂通信环境中。

其次, 本文提出的 TSC-OMP 方法对目标粗先验信息具有一定依赖性。其改进思想的核心在于利用目标可能出现的局部扇区约束传统 OMP 的搜索空间, 从而减少伪峰和扇区外误选现象。然而, 当目标先验存在较大偏差、波门设置不合理或目标机动范围超出预设扇区时, TSC-OMP 的性能可能出现明显下降。因此, 本文算法在一定程度上仍依赖于上层系统能够提供较可靠的目标方向先验。

再次, 本文虽然引入了对角加载和正则化策略来提高低信噪比条件下的数值稳定性, 但相关改进仍主要基于经验型参数设置。目前对角加载系数和正则化强度的选取仍依赖仿真调节, 尚未建立统一的最优参数自适应设计机制。因此算法在不同噪声水平、不同阵列结构和不同干扰强度条件下的参数迁移能力仍有待提高。

此外, 本文对复杂度的分析主要集中在软件仿真耗时和理论复杂度量级比较层面, 尚未进一步深入到硬件实现代价、存储资源消耗以及并行部署效率等更工程化的问题。虽然本文已经说明 TSC-OMP 相较传统 OMP 具有更低的搜索复杂度, 但这种优势目前主要建立在 Python/PyTorch 仿真环境中, 尚未在 FPGA、DSP 或嵌入式平台上得到进一步验证。

6.2 工程化补充工作与拓展探索

除作为主线展开的 TSC-OMP 算法研究外, 本文还完成了两个具有拓展意义的辅助程序: 一是面向多算法对比分析的大规模阵列 MIMO 波束测试平台, 二是面

向深度学习方向的扇区聚焦波束预测探索程序。这两部分工作并非本文的研究主线，因此未在前文中单独展开大篇幅论述，但它们对于提升系统可视化分析能力、拓展后续研究方向具有积极意义，故在本节中予以简单说明。

6.2.1 大规模阵列 MIMO 波束测试平台设计思路

为便于对不同阵列结构、不同波束成形算法以及不同场景参数下的性能进行统一测试，本课题进一步构建了一个面向 ULA/NULA 场景的可视化测试平台。该平台以 Python 为开发环境，综合使用了 PyTorch、Matplotlib 与 Tkinter 等工具，实现了参数输入、算法调用、图形显示与结果保存等功能。

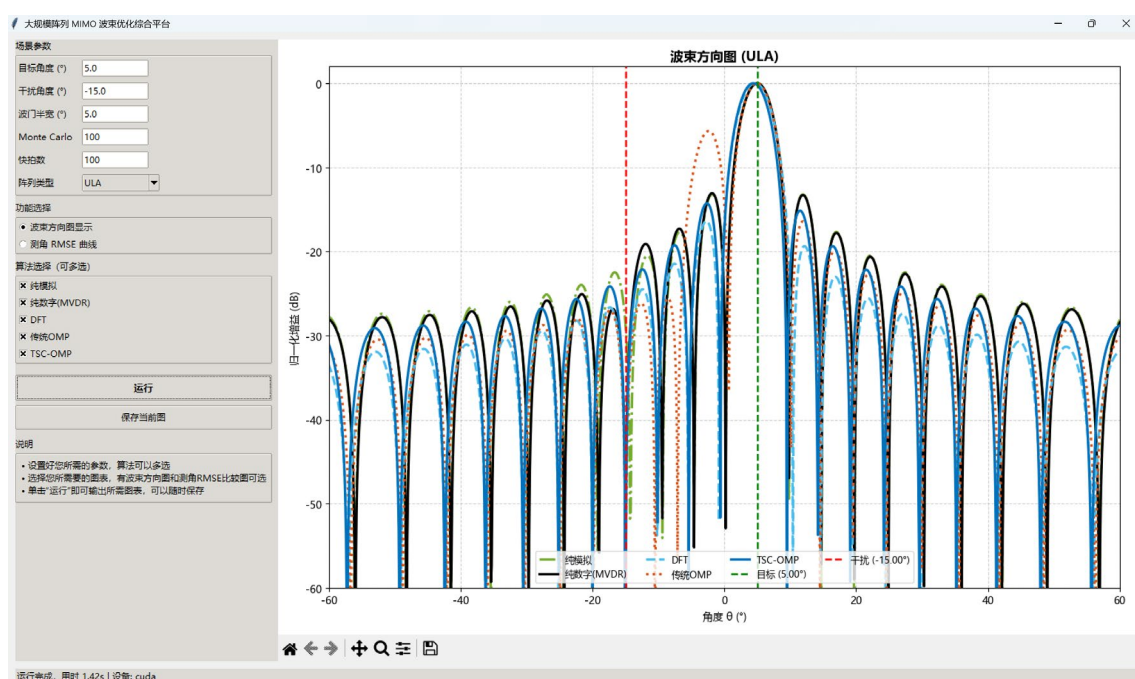


图 6-1 大规模阵列 MIMO 波束优化综合平台

该平台并不是单一算法的简单封装，而是一个集成算法引擎、图形面板、图形化交互界面的综合实验平台。其中，算法引擎负责完成阵列位置构建、方向向量生成、码本/字典构建、OMP 原子提取、混合权值计算以及方向图和 RMSE 曲线仿真；绘图面板负责将计算结果绘制为方向图或性能曲线，并支持保存图片；主界面负责场景参数设置、算法选择、运行控制与结果展示。

该平台可视为本文研究工作的一个工程化整合结果，它在论文主线中的作用主要体现在：一方面，可以提高多算法对比实验的组织效率，避免对比时在多窗口操作；另一方面，也能够作为后续继续扩展其他改进算法或实际参数配置的实验基础平台。该平台的基本架构在表 6-1 中给出。

表 6-1 大规模阵列 MIMO 波束测试平台主要模块及功能

模块名称	主要功能
字体与全局配置模块	配置中文字体、修正图形显示问题、完成全局环境初始化
算法引擎模块	实现 ULA/NULA 阵列建模、方向向量生成、字典构造、OMP 提取、混合权值计算、方向图绘制与 RMSE 仿真
图形显示模块	嵌入 Matplotlib 图形画布，支持结果刷新与图像保存
图形交互主界面	提供参数输入、算法多选、功能切换、运行控制和状态显示
波束方向图功能	输出不同算法的归一化波束方向图
测角性能评估功能	输出不同算法在不同 SNR 下的测角 RMSE 曲线

6.2.2 深度学习扇区聚焦方法的初步探索

在完成基于稀疏表示与先验约束的 TSC-OMP 算法研究后，本文还尝试将目标扇区约束的思想进一步拓展至深度学习方法中，探索了一种基于神经网络的扇区聚焦混合波束成形实现思路。

该程序主要包含数据生成模块、数字最优权值生成模块、神经网络映射模块、恒模约束模块、基带补偿模块、损失函数设计模块和结果可视化模块，如表 6-2 所示。程序的核心思想是，不再通过迭代匹配追踪方式从字典中逐步选取原子，而是利用深度神经网络直接学习从数字最优权值到模拟射频矩阵的映射关系，从而构造能够兼顾目标对准与干扰抑制的混合波束成形结构。与传统深度学习方法不同的是，该程序并不是对全空间进行盲目训练，而是借鉴 TSC-OMP 的思路，在目标与杂波所在的局部扇区内生成训练样本，即在目标方向与杂波方向附近一定范围内随机采样，从而使网络更关注局部扇区内的有效波束学习。该程序的训练效果如图 6-2 所示。

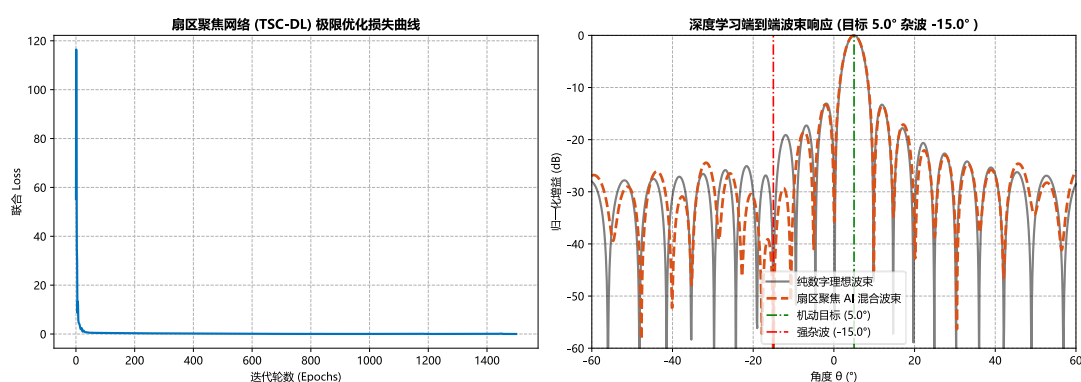


图 6-2 深度学习的训练成果

表 6-2 深度学习程序的主要模块及功能

模块名称	主要功能
方向向量生成模块	批量生成不同角度下的阵列方向向量
神经网络模型	建立从数字最优权值到模拟射频矩阵的映射
扇区聚焦训练模块	在目标/杂波局部扇区内生成样本并进行网络训练
恒模约束实现	保证模拟射频矩阵满足恒模物理约束
基带补偿求解	求取混合架构中的数字基带权值
联合损失函数	同时约束目标波束逼近与杂波方向零陷
结果展示模块	显示网络收敛过程与最终波束响应结果（方向图）

6.3 后续研究展望

针对如前所述的不足之处，未来可从以下几个方面继续开展研究。

首先，可将本文提出的 TSC-OMP 方法推广到更复杂的系统场景中。后续研究可进一步考虑多目标、多干扰、宽带 OFDM 以及时变信道条件下的混合波束成形问题，并研究目标机动过程中波门的动态更新机制，使算法能够更好地适应真实系统中的复杂传播环境和目标状态变化。

其次，可围绕目标先验信息的获取与自适应修正展开深入研究。由于 TSC-OMP 对目标扇区先验具有一定依赖性，未来可尝试引入粗测角模块、跟踪滤波模块或多帧信息融合机制，使系统能够根据历史观测结果动态调整目标扇区范围，从而降低对固定先验的依赖，提高算法在先验失配条件下的鲁棒性。

再次，可进一步加强低信噪比条件下的稳健化设计。本文已验证对角加载与正则化在一定程度上能够改善低维求逆的数值稳定性，但后续仍可继续研究更系统的鲁棒优化策略，例如考虑阵列流形失配、协方差估计偏差、阵元幅相误差和模型不确定性等因素，建立更具理论支撑的鲁棒混合波束成形模型，并设计加载因子或正则化参数的自适应选择方法。

此外，复杂度优化与工程实现也是后续值得继续推进的重要方向。未来可进一步研究 TSC-OMP 在 GPU、FPGA 或嵌入式平台上的高效实现方式，探索并行字典搜索、快速协方差更新和低复杂度近似逆矩阵求解等技术，从而推动该算法从离线仿真走向实时应用。与此对应，本文已实现的测试平台后续也可继续扩展功能，例如加入批量参数扫描、实验记录管理、自动报告生成、复杂度统计和多算法插件化接口等，使其从当前的仿真辅助工具发展为更完整的综合实验平台。该平台目前已经具备统一参数输入、算法选择、方向图与 RMSE 曲线输出等基础结构，因此具

有较好的扩展基础。

最后，深度学习与模型驱动方法的结合也是一个值得深入探索的方向。本文初步构建的深度学习程序也表明，“目标扇区约束”思想可以用于 OMP 类稀疏方法，也可以尝试着迁移到数据驱动波束成形框架中。未来可在此基础上开展更系统的研究，例如扩大训练样本覆盖范围、引入多场景联合训练、采用更强的网络结构，或者将 OMP 迭代过程展开为具有物理可解释性的深度网络，以实现模型驱动与数据驱动方法的融合优化。

总体而言，本文的研究工作已经验证了目标扇区约束思想在混合波束成形中的有效性，而未来若能在复杂场景扩展、鲁棒优化、工程部署和智能化方法融合等方面继续深入，将有望进一步提升该类方法的理论价值与应用潜力。

致谢

行文至此，本篇论文即将告一段落，这也意味着我的本科生涯即将画上句号。自 2022 年步入这所学府，“迷茫”与“充实”交织成了我这四年的底色。在这段跌跌撞撞的岁月里，令我铭记的，是那些照进我生命中的光芒，是他们的出现，牵引着我一步步走出自卑与怀疑的泥沼。值此完稿之际，谨向他们致以最深的谢意。

首先，诚挚地感谢我的导师程子扬研究员。程老师治学严谨、精益求精、认真负责，在课题研究与论文撰写过程中，给予了我极大的包容与悉心的指导。与程老师的初识源于《信号与系统》这门课程。在课堂上，他耐心的讲解与精心组织的实验，唤醒了我对这门略显枯燥的学科的兴趣，找回了遗失已久的自信。师从程老师后，他不仅传授学术知识，更鼓励我和同门陈默然同学积极参与科创竞赛。这些宝贵的经历，让我的内在底气在实践中得以重塑。在此，衷心祝愿程老师工作顺利、身体健康，在未来的道路上，也期盼能继续得到您的关怀与赐教。

其次，衷心感谢许凌韵学姐对我的无私帮助与悉心指导。非常荣幸能够有机会和同门的同学参与您的项目，这对本论文的构思启发良多。欣闻学姐即将硕士毕业，祝愿您毕业快乐，在今后的工作与生活中一切顺利，前程似锦。

此外，我要特别感谢我的挚友谢健同学。尽管我们相识的时间并不算长，但你却在我生命中最需要阳光的时刻，恰逢其时地出现。在那些最黑暗、最迷茫、也最缺乏底气的日子里，是你给予了我纯粹、最无私的鼓励与托举。正是因为你，我才有了挣脱情绪泥沼的动力，得以重新静下心来专注于当下的每一步。愿我们未来的岁月里，依然能相互陪伴与相互照亮，友谊地久天长；也祝愿你在更广阔的平台熠熠生辉，未来的道路一路生花，成长为自己最期待的模样。

感谢我的父母。你们是我求学路上最坚实的后盾，给予了我毫无保留的理解与支持，使我心无旁骛地完成学业。父母之恩，深重如山，无以言表，唯有铭记于心。

同时，特别感谢外国语学院的高照教授。感谢您在大学期间点燃了我内心的热爱，让我得以重新找回那些被搁置的爱好。我们共同合作的那些宝贵经历，是我在迷茫岁月中重拾充实、重新燃起对美好生活向往的火种。

最后，感谢那个经历了种种挫折却依然选择热爱生活的自己。谢谢你没有中途放弃，谢谢你咬紧牙关、走到了现在。其实你已经非常棒了。在未来的日子里，愿你学会主动去赋予自己底气，愿你不再蜷缩于阴影之中，而是坦荡地走进阳光里。

谨向百忙之中审阅本论文的各位专家、教授，致以最诚挚的敬意！

参考文献

- [1] 王丰勇. 大规模多输入多输出波束优化在 5G 网络中的应用[J]. 广西通信技术, 2022(3): 12-15.
- [2] 徐华正, 朱诗兵, 席有猷. 毫米波大规模 MIMO 系统混合波束成形技术综述[J]. 电讯技术, 2019, 59(2): 241-248.
- [3] Marzetta T L. Noncooperative Cellular Wireless with Unlimited Numbers of Base Station Antennas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(11): 3590-3600.
- [4] 何子述, 夏威. 现代数字信号处理及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [5] Molisch A F, Ratnam V V, Han S, et al. Hybrid Beamforming for Massive MIMO: A Survey[J]. Comm. Mag., 2017, 55(9): 134-141.
- [6] Alkhateeb A, Mo J, Gonzalez-Prelcic N, et al. MIMO Precoding and Combining Solutions for Millimeter-Wave Systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(12): 122-131.
- [7] 洪伟, 徐俊, 陈继新, 等. 面向 6G 的最优和次优毫米波大规模波束成形阵列架构[J]. 电子与信息学报, 2025, 47(8): 2405-2415.
- [8] Zhang X, Molisch A F, Kung S-Y. Variable-phase-shift-based RF-baseband codesign for MIMO antenna selection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(11): 4091-4103.
- [9] Alkhateeb A, El Ayach O, Leus G, et al. Channel Estimation and Hybrid Precoding for Millimeter Wave Cellular Systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 831-846.
- [10] Ayach O E, Rajagopal S, Abu-Surra S, et al. Spatially Sparse Precoding in Millimeter Wave MIMO Systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 13(3): 1499-1513.
- [11] 余毅. 基于 MMSE 准则的毫米波 MIMO 干扰系统混合波束成形算法研究[D]. 西安电子科技大学, 2018.
- [12] Chen C-E. An Iterative Hybrid Transceiver Design Algorithm for Millimeter Wave MIMO Systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2015, 4(3): 285-288.
- [13] 马睿超. 基于深度学习的多基站大规模 MIMO-OFDM 波束成形研究[D]. 电子科技大学, 2025.
- [14] 刘庆利, 李晓宇, 李蕊. 基于深度强化学习的毫米波大规模 MIMO 系统资源联合优化[J]. 电信科学, 2024, 40(10): 39-51.
- [15] Theodore S.Rappaport. 毫米波无线通信[M]. 北京: 电子工业出版社, 2023.

- [16] Liu C, Skafidas E, Pollock T S, et al. Angle of Arrival Extended S-V Model for the 60 Ghz Wireless Desktop Channel[C]. 2006 IEEE 17th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 2006: 1-6.
- [17] 张小飞. 阵列信号处理及 MATLAB 实现(第 3 版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2023.
- [18] Phyo Z C, Tapparugssanagorn A. Hybrid analog-digital downlink beamforming for massive MIMO system with uniform and non-uniform linear arrays[C]. 2016 13th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), 2016: 1-6.
- [19] 金石, 温朝凯, 高飞飞, 等. 大规模 MIMO 传输理论与关键技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2018.
- [20] B.Sundar Rajan, A.Chockalingam. 大规模 MIMO 系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2022.
- [21] Heath R W, González-Prelcic N, Rangan S, et al. An Overview of Signal Processing Techniques for Millimeter Wave MIMO Systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2016, 10(3): 436-453.
- [22] 刘仁清, 曹海燕, 马智尧, 等. 毫米波大规模 MIMO 系统中混合预编码设计[J]. 杭州电子科技大学学报(自然科学版), 2022, 42(1): 22-27.
- [23] 殷锋, 邱玲, 梁晓雯. 多用户毫米波大规模 MIMO 系统中收发端联合的混合波束成形设计[J]. 中国科学院大学学报, 2021, 38(2): 252-259.
- [24] 叶中付, 朱星宇. 基于协方差矩阵重构的稳健自适应波束成形算法综述[J]. 数据采集与处理, 2019, 34(6): 962-973.
- [25] 李敬军, 姜永华, 但波. MIMO 雷达降维的低运算量波束形成方法[J]. 信号处理, 2013, 29(11): 1590-1596.
- [26] 余苗. 毫米波雷达通信一体化系统中的混合波束形成技术研究[D]. 湖南大学, 2022.
- [27] 程振桥, 韦再雪, 杨鸿文. 大规模 MIMO 系统中基于 OMP 的混合波束赋形方法[J]. 北京邮电大学学报, 2018, 41(5): 153-158.
- [28] Ayach O E, Rajagopal S, Abu-Surra S, et al. Spatially Sparse Precoding in Millimeter Wave MIMO Systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 13(3): 1499-1513.
- [29] 向建伟, 于秀兰, 景小荣. 毫米波大规模 MIMO 系统中低复杂度混合预编码方法[J]. 电信科学, 2016, 32(9): 10-15.
- [30] 赵伟艇, 夏栋梁. 毫米波 MIMO 系统中基于正交码本的模数混合预编码算法[J]. 电信科学, 2017, 33(7): 47-52.
- [31] 项建弘, 王宁, 王恒. 基于 BSA 的 MIB-OMP 毫米波大规模 MIMO 混合预编码[J]. 应用科技, 2019, 46(1): 94-100.

- [32] 陈浩椅, 李光球, 李辉. 基于 IAFS 算法的毫米波大规模 MIMO 混合预编码方法[J]. 电信科学, 2021, 37(8): 77-84.
- [33] 高波, 傅友华, 刘陈. 太赫兹超大规模 MIMO 混合场信道估计[J]. 系统工程与电子技术, 2025, 47(8): 2744-2752.
- [34] Li J, Stoica P, Wang Z. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(7): 1702-1715.
- [35] 张小飞, 张胜男, 徐大专. 自适应对角线加载的波束形成算法[J]. 中国空间科学技术, 2007(2): 66-71.

外文资料原文

RADIO COMMUNICATIONS

Hybrid Beamforming for Massive MIMO: A Survey

Andreas F. Molisch, Vishnu V. Ratnam, Shengqian Han, Zheda Li, Sinh Le Hong Nguyen, Linsheng Li, and Katsuyuki Haneda

Hybrid multiple-antenna transceivers, which combine large-dimensional analog pre/postprocessing with lower-dimensional digital processing, are the most promising approach for reducing the hardware cost and training overhead in massive MIMO systems. This article provides a comprehensive survey of the various incarnations of such structures that have been proposed in the literature.

ABSTRACT

Hybrid multiple-antenna transceivers, which combine large-dimensional analog pre/postprocessing with lower-dimensional digital processing, are the most promising approach for reducing the hardware cost and training overhead in massive MIMO systems. This article provides a comprehensive survey of the various incarnations of such structures that have been proposed in the literature. We provide a taxonomy in terms of the required channel state information, that is, whether the processing adapts to the instantaneous or average (second-order) channel state information; while the former provides somewhat better signal-to-noise and interference ratio, the latter has much lower overhead for CSI acquisition. We furthermore distinguish hardware structures of different complexities. Finally, we point out the special design aspects for operation at millimeter-wave frequencies.

INTRODUCTION

Multiple-input multiple-output (MIMO) technology, that is, the use of multiple antennas at transmitter (TX) and receiver (RX), has been recognized since the seminal works of Winters, Foschini and Gans, and Telatar, as an essential approach to high spectral efficiency (SE). In its form of multi-user MIMO (MU-MIMO), it improves SE in two forms:

- A base station (BS) can communicate simultaneously with multiple user equipments (UEs) on the same time-frequency resources.
- Multiple data streams can be sent between the BS and each UE.

The total number of data streams (summed over all UEs in a cell) is upper limited by the smaller of the number of BS antenna elements, and the sum of the number of all UE antenna elements.

While MU-MIMO has been studied for more than a decade, the seminal work of Marzetta introduced the exciting new concept of "massive MIMO," where the number of antenna elements at the BS reaches dozens or hundreds. Not only does this allow increasing the number of data streams in the cell to very large values, it also simplifies signal processing, creates "channel hardening" such that small-scale fading is essentially eliminated, and reduces the required transmission energy due to the large beamforming gain;

see, for example, [1] for a review. Massive MIMO is *beneficial* at centimeter-wave (cmWave) frequencies, but is *essential* in the millimeter-wave (mmWave) bands,¹ since the high free-space path loss at those frequencies necessitates large array gains to obtain sufficient signal-to-noise ratio (SNR), even at moderate distances of about 100 m.

However, the large number of antenna elements in massive MIMO also poses major challenges:

- A large number of radio frequency (RF) chains (one for each antenna element) increases cost and energy consumption.
- Determining the channel state information (CSI) between each transmit and receive antenna uses a considerable amount of spectral resources.

A promising solution to these problems lies in the concept of *hybrid* transceivers, which use a combination of analog beamformers in the RF domain, together with digital beamforming in the baseband, connected to the RF with a smaller number of up/downconversion chains. Hybrid beamforming was first introduced and analyzed in the mid-2000s by one of the authors and collaborators in [2, 3]. It is motivated by the fact that the number of up/downconversion chains is only lower-limited by the number of data streams that are to be transmitted, while the beamforming gain and diversity order is given by the number of antenna elements if suitable RF beamforming is done. While formulated originally for MIMO with arbitrary number of antenna elements (i.e., covering both massive MIMO and small arrays), the approach is of interest in particular to massive MIMO. Interest in hybrid transceivers has therefore been revived over the past three years (especially following the papers of Heath and co-workers, e.g., [4]), where various structures have been proposed in different papers. Thus, the time seems ripe for a review of the state of the art, and a taxonomy of the various transceiver architectures (often simplified to provide computational or chip-architectural advantages) and algorithms. The current article aims to provide this overview, and point out topics that are still open for future research.

This survey covers hybrid beamforming structures using instantaneous or average CSI in the following two sections. A special structure incor-

A version of this article with additional references can be found at arxiv.org/abs/1609.05078.

¹ In a slight abuse of notation, we denote 1–10 GHz as "centimeter waves," and 10–100 GHz as "millimeter waves."

Digital Object Identifier: 10.1109/MCOM.2017.1600400

Andreas F. Molisch, Vishnu V. Ratnam, Shengqian Han, and Zheda Li are with the University of Southern California, Los Angeles; Shengqian Han is also with Beijing University; Sinh Le Hong Nguyen, Linsheng Li, and Katsuyuki Haneda are with the Aalto University School of Electrical Engineering; Linsheng Li is presently with Huawei Helsinki.

原文出处: Molisch A F, Ratnam V V, Han S, et al. Hybrid Beamforming for Massive MIMO: A Survey[J]. Comm. Mag., 2017, 55(9): 134-141.

外文资料翻译

大规模 MIMO 中的混合波束赋形：综述

作者：Andreas F. Molisch, Vishnu V. Ratnam, Shengqian Han, Zheda Li, Sinh Le
Hong Nguyen, Linsheng Li, and Katsuyuki Haneda

二、基于瞬时信道状态信息（CSI）的混合波束成形

图 1 展示了三种在基站侧的混合波束成形结构框图。

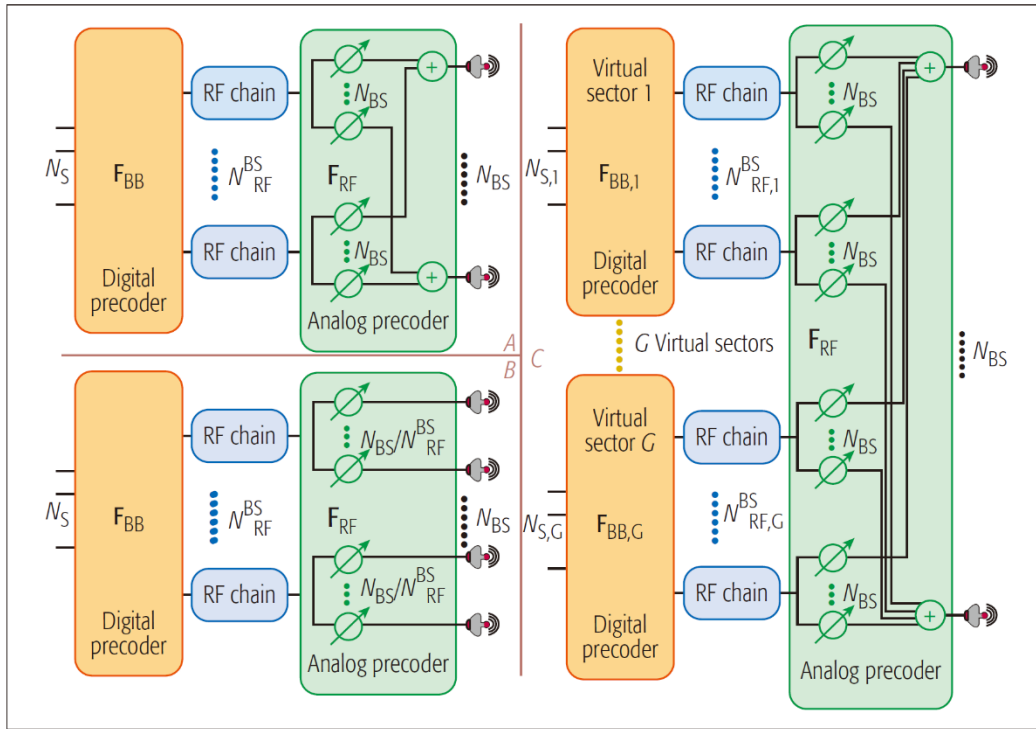


图 1 基站下行传输场景下的混合波束成形结构框图，其中结构 A、B、C 分别表示全复杂度结构、低复杂度结构和虚拟扇区化结构

这里我们将其看作是从基站（作为发射端）到用户端（作为接收端）的下行链传输。这种分类对于厘米波和毫米波都适用。在发射端，一个基带的数字预编码器 $\mathbf{F}_{BB}$ 会对 N_S 个数据流进行处理，以产生 N_{BS}^{BS} 路输出信号，这些输出信号会被上变频到射频频段，并通过一个模拟预编码器 $\mathbf{F}_{RF}$ 映射到 N_{BS} 个天线单元进行发射。位于接收端的结构和发射端是类似的：一个模拟的波束成形器 $\mathbf{W}_{RF}$ 合并了来自 N_{UE} 个天线的射频信号，以产生 N_{RF}^{UE} 路输出信号，这些输出信号会被下变频到基带，然后

通过一个矩阵 $\mathbf{W}_{\text{BB}}$ 进行合并，产生一个用于检测/解码的信号 $\mathbf{y}$ （显然，单天线单元的用户端是一个特殊情况）。因此，接下来我们会交替使用“波束成形器”和“预编码器/合并器”这两个术语。对于一个全复杂度系统，每一个模拟的预编码器输出可以是所有射频信号的线性组合（图 1 的结构 A 已经示出），当每个射频链路只能连接到一部分天线单元时（图 1 中的结构 B 已经示出），虽然能降低复杂度，但性能会有一定程度的下降。与结构 A 和 B 不同，结构 C 中的模拟波束成形器会创建多个“虚拟扇区”，这样就能实现分离的基带处理、下行训练和上行反馈，从而减少信令开销和计算复杂度。

即便假设发射端拥有完整的瞬时信道状态信息 (CSI)，要找到能优化用户设备净数据速率等指标的模拟和数字波束成形矩阵是很困难的。主要难点有以下几点：

1. 每条链路两端的模拟和数字波束成形器，以及不同链路两端的合并器之间相互耦合，这使得最终优化问题的目标函数呈现非凸特性。

2. 通常来说，模拟预编码器/合并器是通过移相器网络实现的，这就对 $\mathbf{W}_{\text{RF}}$ 和 $\mathbf{F}_{\text{RF}}$ 的元素施加了额外的约束。

3. 此外，在采用有限分辨率移相器的情况下，最优的模拟波束成形矩阵只能取自一个离散且有限的集合，这通常会导致非确定性多项式 (NP-hard) 的整数规划问题。

为了缓解这些挑战并找到可行的近优解，研究人员探索出了两种主要方法。

2.1 逼近最优波束成形器

对于一个单用户的 MIMO，我们先考虑全数字场景下的最优波束成形，此时 $N_{\text{RF}}^{\text{BS}} = N_{\text{BS}}$ ，且 $N_{\text{RF}}^{\text{UE}} = N_{\text{UE}}$ ，其解决方案是已知的，即通过对信道矩阵 $\mathbf{H}$ 进行奇异值分解 (SVD) 得到的主导左/右奇异向量。基于此，一种方法以特征值分解为基础，另一种方法则通过最小化与全数字最优波束成形器的欧几里得距离，来找到（近似的）最优混合波束成形器。这种逼近问题的目标函数依然是非凸的，但复杂度比原始问题低得多。对于毫米波频段常见的稀疏信道，最小化该距离能得到准最优解；而在厘米波频段常见的非稀疏信道中，可以采用模拟和数字波束成形器交替优化的方式。对于低复杂度结构，每个交替优化步骤都能推导出闭式解；而对于全复杂度结构，可以通过将模拟波束成形器的相位增量限制在前一次迭代的小范围内，把非凸问题分解成一系列凸子问题来求解。

图 2 对比了单小区多用户大规模 MIMO (MU massive MIMO) 下行传输中三种结构的性能。当射频链路数不小于用户数（或数据流数）时，图 1 中结构 A（全复杂度结构）的性能和全数字结构相当。在所考虑的多用户场景下，结构 B 的性

能损失较大，但在单用户 MIMO (SU-MIMO) 场景下，其性能损失会小很多（本文未展示相关结果）。对于结构 C，其所采用的算法（即本文后续会讨论的联合空间分复用算法 JSDM）会将用户分成 4 组或 8 组，这可能会由于组间干扰而导致性能出现下限；需要说明的是，图中并未体现联合空间分复用算法大幅降低的训练开销，这一点我们后续会详细讨论。

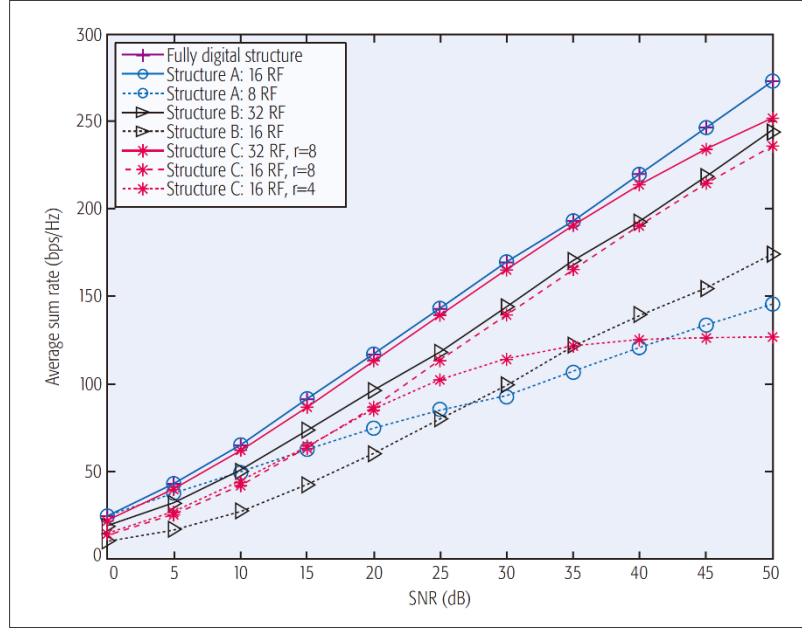


图 2 多用户多输入多输出 (MU-MIMO) 场景下三种混合结构的性能对比；基站天线数 $N_{BS} = 64$ ，用户设备天线数 $N_{UE} = 1$ ，4 组用户分布在一个扇区内，其平均方向为 $[-45^\circ, -15^\circ, 15^\circ, 45^\circ]$ ，每组包含 4 个用户。多径分量 (MPCs) 的波达角 (AoDs) 集中在每组的平均方向附近，波达角 (AoD) 扩展为 10° 。本分析基于理想硬件条件和典型厘米波 (cmWaves) 信道环境。

2.2 解耦模拟与数字波束成形器的设计

混合波束成形器设计的主要挑战之一，是模拟与数字波束成形器之间、以及发射端和接收端波束成形器之间的耦合问题。这就促使研究人员通过解耦波束成形器设计来降低问题复杂度。通过采用特定的收发算法，可以依次求解波束成形矩阵的优化问题。例如，为了最大化单用户 MIMO 的净速率，通过假设采用一个全数字最小均方误差 (MMSE) 接收机，可以消除合并器对预编码器的影响。进一步来讲，若假设数字预编码器是酉矩阵，还可能实现模拟与数字预编码器的解耦。之后，通过对每个天线施加仅相位约束，逐列优化 $\mathbf{F}_{RF}$ 。在已知模拟预编码器的情况下，就能得到数字预编码器的闭式表达式。

此外, 研究人员还探索了一些简单的启发式解耦波束成形策略。例如, 可以将逐元素归一化共轭波束成形器用作模拟预编码器。当天线单元数 N_{BS} 和数据流数 N_{S} 趋于无穷大且保持 $N_{\text{BS}}/N_{\text{S}}$ 为常数时, 混合波束成形的渐近信干噪比 (SINR) 仅比全数字波束成形低 $\pi/4$ 倍。

将这种情况扩展到用户设备同样配备混合结构的多用户 MIMO 系统中, 可以先从傅里叶码本中选择最强的接收波束来构造射频合并器, 以最大化合并器投影信道的弗罗贝尼乌斯范数。然后, 在等效信道上采用相同的归一化特征波束成形器作为模拟预编码器。在基带上, 基站会对投影信道进行块对角化 (BD) 处理, 以抑制用户间干扰。

2.3 宽带混合波束成形

前面的讨论主要针对窄带 (即单载波) 系统。但在宽带正交频分复用 (OFDM) 系统中, 模拟波束成形器无法在不同子载波上使用不同的权重; 对于频率选择性强的信道, 这种覆盖整个可用频段的波束成形器只能适配平均信道状态。

人们曾认为频率域调度对于全数字 MIMO 是不必要的, 这是因为足够量的天线能够使得信道硬化, 并为用户设备多路复用提供充足的空间自由度。然而, 在阵列尺寸受到实际限制的情况下, 例如, 根据第三代合作伙伴计划 (3GPP) 长期演进 (LTE) 第 13 版的要求, 混合收发器仍然需要进行频域调度。通过频域调度, 用户设备会在不同子载波上被服务, 这使得现有的窄带混合预编码器不再适用。现有研究主要围绕宽带模拟预编码器和窄带数字预编码器的联合优化展开, 目标是 최소화基站发射功率或最大化用户设备的和速率。

现有混合波束成形设计中另一个重要问题是控制信令覆盖范围。虽然窄模拟波束更适合用户特定的数据传输, 但宽波束更适合向所有用户设备广播控制信号。这个问题可以通过一些方式解决, 例如分离信令面和数据面, 使它们在不同的载波频率上传输。

2.4 仅相位约束和射频链路数的影响

混合波束成形并不一定比全数字波束成形差。模拟波束成形可通过移相器和可变增益放大器来实现。此时, 模拟波束成形可以和数字波束成形实现同样的功能, 并且在合并期望多径分量 (MPC) 和抑制干扰多径分量 (MPC) 方面, 能达到与线性数字处理相同的效果。因此, 在一个窄带的大规模 MIMO 中, 若发射端拥有完整的瞬时信道状态信息 (CSI), 且满足 $N_{\text{S}} \leq N_{\text{RF}}$, 混合波束成形就能取得与全数字波束成形相同的性能。对于宽带系统, 也能得到类似的结果, 此时需要满足混合

结构的射频链路数应不小于 $\min\{N_{\text{BS}}, N_{\text{S,wb}}\}$ ，其中 $N_{\text{S,wb}}$ 表示所有子载波上的总数据流数。由于模拟预编码器的两个仅相位元素等同于一个无约束（幅度和相位均可调）元素，在窄带系统中，若满足 $N_{\text{RF}}^{\text{BS}} \geq 2N_{\text{S}}$ ，仅相位混合结构就能实现全数字性能。